

Úloha 1.

Součet délek vedlejších stran obdélníku se rovná 20. Jaké jsou délky těchto stran, jestliže víš, že obsah čtverce o délce kratší strany obdélníku se rovná velikosti delší strany obdélníku?

Úloha 2.

Katka si prohlíží jídelní lístek v luxusní restauraci. Po určité době se zastaví a uvědomí si, že na očíslování všech stran, které už prošla, včetně té na kterou se v tomto okamžiku dívá, bylo použito 57 číslic. Jaké číslo má první stránka, kterou ještě neviděla, jestliže hned první stránka lístku má číslo 1?

Úloha 3.

Máme měděné, stříbrné a zlaté mince. 765 měděných mincí má stejnou hodnotu jako tři zlaté. Dvanáct stříbrných má stejnou hodnotu jako 612 měděných. Kolik stříbrných má hodnotu jako 260 zlatých?

Úloha 4.

Jestliže od mého čísla odečtu jeho čtyřnásobek, dostanu číslo o dvacet větší. Jaké je původní číslo?

Úloha 5.

V boudě sedělo pět psů, kteří dohromady vážili 365 kg. Když se k nim přidal šestý pes, průměrná hmotnost všech obyvatel boudy se snížila o 4 kg. Kolik vážil šestý pes?

Úloha 6.

Číslo 136 jsme rozdělili na dvě části tak, že podíl prvního sčítance a 4 se rovná jedné třináctině druhého sčítance. Urči oba sčítance.

Úloha 7.

Na naší zahradě rostou speciální obrovské kokosy. O jejich hmotnosti platí, že jeden kokos váží dva kilogramy a půl kokosu k tomu. Kolik váží 7 takovýchto kokosů?

Úloha 8.

Jeden bača volá na druhého: „Hej bačo! Daj mi jednu ovcu a budu ja mňat dvakrát viac ovčí jak ty.“ A ten druhý odpoví: „Nedám! Ty mi dej jednu a budem mňat stejně ovec.“ Kolik mají ovcí, jestliže oba mluvili pravdu? (Výsledek uveďte v následujícím pořadí: počet ovcí prvního a druhého bači.)

Úloha 9.

Tatínkovi je dnes 42. Jeho dvěma dcerám je 18 a 20. Za kolik let bude mít tatínek tolik let, kolik jeho dvě dcery dohromady?

Úloha 10.

Mírek si napsal na papír všechna čísla od 1 do 20 a rozhodl se je sečíst. V průběhu sčítání se však spletl a jedno z čísel započítal hned třikrát. Které číslo to bylo, jestliže jeho chybný součet se rovná 240?

Úloha 11.

Kolik modrých kokosů bychom si mohli koupit za cenu čtyř růžových, jestliže víme, že pět modrých kokosů stojí stejně jako tři žluté. Sedm žlutých kokosů stojí stejně jako dva fialové a devět fialových kokosových ořechů má stejnou cenu jako jeden růžový.

Úloha 12.

Bubeník udělá v každém třetím taktu jedenáct úderů, v ostatních taktech udeří do bubnu sedmkrát. Takt trvá přesně 2,5 sekundy. Kolikrát udeřil do bubnu, jestliže takto hrál přesně jednu hodinu?

Úloha 13.

Na hromadě je určitý počet kokosových ořechů. První den ráno oddělíme z hromady jednu třetinu ořechů a po obědě vezmeme ze zbytku ještě další čtyři sedminy. Druhý den odebereme z hromady jednu polovinu kokosů, ale večer tři vrátíme zpátky. Když poslední den vezmeme z hromady dvě třetiny ořechů, zbude jich už jen sedm. Kolik ořechů jsme měli na začátku?

Úloha 14.

Při politických volbách se 25 politiků rozdělilo do 4 politických skupin. Kolik politiků bylo v jednotlivých skupinách, pokud víme, že:

- Počet politiků v druhé a třetí skupině je roven počtu politiků v první skupině.
 - Počet politiků v první a třetí skupině se rovná počtu politiků ve čtvrté skupině.
 - Počet politiků ve čtvrté a druhé skupině je 14 lidí.
-

Úloha 15.

Kamil a Emil jeli z Bílovce do Ostravy. Zatímco Emil je sportovec a jel na kole, Kamil jel autem. Z Bílovce do Ostravy vyjeli ve stejný čas. Emil poté, co ujel 7 km, zavolal Kamilovi a zjistil, že Kamil je už o 6 km dále než on. Jaký bude mít Kamil náskok poté, co Emil ujede dalších 21 km?

Úloha 16.

Muž vysoký 2 metry drží míč nad svou hlavou a snaží se jej vyházovat nahoru. Při prvním pokusu se míč vyskytoval ve výšce 5 metrů a při dalších pokusech muž vyhazoval míč vždy dvakrát výše, než při předešlém pokusu. V jaké výšce by se teoreticky vyskytoval míč při 11. pokusu?

Úloha 17.

Máme dva roztoky hnojiv. V prvním je hnojivo a voda v poměru 2 : 7, v druhém je poměr hnojiva a vody 3 : 5. Jaký bude poměr hnojiva a vody v roztoku vzniklém smícháním 18 litrů prvního a 8 litrů druhého roztoku.

Úloha 18.

Máme 2010 naprosto stejně vypadajících mincí. Jedna z nich je ale falešná, a proto má jinou hmotnost než ostatní. Máme k dispozici rovnoramenné váhy. Kolik nejméně vážení musíme provést, abychom zjistili, jestli ona falešná mince je lehčí nebo těžší než ostatní?

Úloha 19.

V autobuse je řidič a 7 holčiček. Každá holčička má 3 batohy. V každém batohu se nachází 7 koček, přičemž každá z těchto koček má s sebou 7 malých koťat. Jaký je rozdíl počtu nohou a očí v autobuse?

Úloha 20.

Na jakou číslici končí číslo 7^{2011} ?

Úloha 21.

Dva jezdci závodí na kruhové dráze dlouhé 450 m. Zatímco první objede dráhu pětkrát, objede ji druhý šestkrát, neboť potřebuje na jedno kolo o 7,5 s méně. Jaké jsou rychlosti obou jezdců v metrech za sekundu? (Uveďte nejprve rychlost prvního jezdce a pak rychlost druhého jezdce.)

Úloha 22.

Myslím si číslo. Čtyřikrát ho zmenším, poté ho zvětším o jedenáct. To co zbude zmenším na jednu devítinu jeho velikosti a poté zvětším o třetí mocninu čtyřky. Když takto získané číslo zmenším o sedm zůstane mi šedesát. Kolik bych dostala, kdybych číslo, které si myslím, odečetla od sta?

Úloha 23.

Žabka spadla na dno jámy hluboké 10 dm. Může vyskočit 3 dm, ale vyskočí-li, spadne opět o 2 dm, kde se zachytí. Kolik potřebuje žabka výskoků k tomu, aby se z jámy dostala (dosáhne-li hranice země, zachytne se na ní a nespadne již o 2 dm dolů)?

Úloha 24.

Vašek s Mirkem pořádají závody pavouků. Pavouci běhají od startu k hromádce s jídlem a zpět. Ten, jehož pavouci přenesou za jednu minutu více jídla, vyhrává. Vašek má 10 velkých pavouků, Mírek má třikrát více malých pavouků. Velký pavouk doběhne k hromádce za 5 sekund a unese 10 g jídla. Malý pavouk unese pětkrát méně než velký pavouk, ale zato rychleji cupitá – k hromádce s jídlem doběhne za 2 sekundy. Po uběhnutí jedné třetiny času Vašek pozoruje, že prohrává, a proto nenápadně 9 soupeřových pavouků zašlápně, k vítězství mu to však nestačí. Zjistěte, kolik Mirkových pavouků měl v tu chvíli zašlápnout, aby si zajistil vítězství.

Úloha 25.

Operace E probíhá takto: číslo je zvětšeno o dvacet, vyděleno svým novým ciferným součtem a poté zvětšeno o osminu své původní velikosti. Operace F probíhá takto: číslo je zmenšeno na polovinu, poté je pětkrát zvětšeno a následně zmenšeno o pětinu své původní velikosti. Určete velikost rozdílu $E(16) - F(20)$.

Úloha 26.

Urči kolik je přirozených čísel, pro která platí následující:

- Když toto číslo zvětšíme o 21, vydělíme 5 a následně zvětšíme o 3, vyjde přirozené číslo.
- Když toto číslo zmenšíme o 3, vydělíme 21 a zmenšíme o 4, vyjde přirozené číslo.

Úloha 27.

Doplň tabulku číslicemi od 1 do 7 tak, aby se v žádném řádku, sloupci ani diagonále žádná číslice neopakovala.

1	2	3	4	5	6	7

Úloha 28.

Myslím si číslo. Jeho ciferný součet zvětším o jedna, potom ho o čtvrtinu zmenším a o deset zvětším. Když nakonec vezmu jeho jednu jedenáctinu dostanu se k číslu 2. Jaké je nejmenší číslo, které jsem si mohl myslet?

Úloha 29.

Tři přátelé sbírají kokosové ořechy. Míra zvládne nasbírat jeden plný koš za pět hodin. Když spolupracuje s Pavlem, stihnou tu samou práci v čase o hodinu kratším. Když pracuje Pavel s nejrychlejší sběračkou Eliškou, nasbírají 11 plných košů ořechů za 20 hodin. Kolik košů ořechů by za deset hodin nasbíral Mírek kdyby spolupracoval s Eliškou?

Úloha 30.

Který n -úhelník má $5 \times$ úhlopříček než stran.

Úloha 31.

Ve firmě KOOH-I-NOOR pracovalo šest lidí, kteří za určitý počet dnů vyrobili 720 pastelek. Díky nové technologii je nyní každý zaměstnanec schopen vyrobit za den o čtyři pastelky více. Firma tedy jednoho zaměstnance propustila a přesto za tentýž počet dní vyrobí opět 720 pastelek. Kolik pastelek je s novou technologií schopen vyrobit jeden zaměstnanec a kolik dní trvá výroba 720 pastelek?

Úloha 32.

Katka dělala přijímací zkoušky na střední školu a v testu, který měl 55 otázek, získala celkem 665 bodů. Za správnou odpověď se získává 15 bodů, za špatnou se 5 bodů strhne. Kolik měla Katka správných odpovědí?

Úloha 33.

V 7 hodin ráno se na tramvajové zastávce potkaly čtyři tramvaje různých linek. Linka č. 2 stanicí projíždí každých 40 minut, linka č. 3 každé dvě hodiny, linka č. 5 každou hodinu a čtvrt a linka č. 7 projede stanicí každou hodinu. V kolik hodin se opět všechny tyto čtyři linky setkají ve stanici?

Úloha 34.

Kolik nul je na konci čísla 115!

Úloha 35.

Otci a synovi je dohromady 34 let. Před dvěma lety byl otec pětkrát starší než syn. Kolik let má nyní otec a kolik syn?

Úloha 36.

Na ostrově žijí dva druhy lidí – pravdomluvní a lháři. Lháři vždy lžou a pravdomluvní vždy říkají pravdu. Přesně 25 těchto ostrovanů se postavilo do řady. První řekl: „Všichni za mnou jsou lháři.“ Druhý, čtvrtý, šestý, osmý, . . . , dvacátý druhý a dvacátý čtvrtý řekli: „Ten co stojí přede mnou je pravdomluvný.“ Třetí, pátý, sedmý, . . . , dvacátý třetí a dvacátý pátý řekli: „Ten přede mnou lže.“ Kolik z těchto ostrovanů bylo pravdomluvných?

Úloha 37.

Rozdělte číslo 110 na dvě části tak, aby jedna byla sto padesáti procenty té druhé.

Úloha 38.

Šachovnice o velikosti 123×123 polí je zcela zaplněna figurkami (tzn. na každém poli stojí nějaká figurka). Počet figurek stojících na bílých polích je sudý. Určete kolik polí šachovnice je bílých a kolik černých.

Úloha 39.

- Koupím-li si knížku o matematice a češtině, zaplatím 119 Kč.
- Koupím-li si knížku o fyzice a češtině, zaplatím 145 Kč.
- Koupím-li si knížku o fyzice a matematice, zaplatím 140 Kč.

Kolik stojí jednotlivé učebnice? Výsledek uveďte ve tvaru čeština, matematika a fyzika.

Úloha 40.

Cyklista vyjede na výlet rychlostí $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (přičemž ujede určitou dráhu) a po tom, co si výlet patřičně užije, se vyčerpán vrací zpět rychlostí $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (opět ujede stejnou dráhu). Jaká je průměrná rychlost, kterou jel obě cesty?

Úloha 41.

Na louce se sešlo 42 pětic párů motýlů. Rozhodli se, že společně utvoří rovnostranný trojúhelník. Postavili se tedy tak, že každou stranu trojúhelníka tvořil stejný počet motýlů, kteří se vzájemně nepřekrývali. Kolik motýlů tvořilo 1 stranu trojúhelníku?

Úloha 42.

Součet druhých mocnin dvou po sobě jdoucích přirozených čísel se rovná číslu 1201. Určete tato čísla.

Úloha 43.

Píseň má 3 sloky a jeden čtyřikrát opakující-se refrén. První sloka trvá 45 s, druhá sloka trvá jednu třetinu toho co první a třetí sloka dohromady. Jakou část celé písně může maximálně zabírat jeden refrén, jestliže platí, že třetí sloka trvá o třetinu kratší dobu než první sloka a že délka refrénu smí být maximálně 80 % délky průměrné sloky a zároveň musí být vyjádřena celým číslem. (Výsledek zapiš jako zlomek v základním tvaru).

Úloha 44.

V kapse mám několik mincí. Všimám si, že mám všechny druhy mincí kromě padesátikorun a jednokorun. Zjišťuji také, že mám všech mincí stejný počet a celková hodnota v mincích je rovna 518 Kč. Kolik mám v kapse celkem mincí?

Úloha 45.

Urči úhel, který svírají ručičky hodin pokud je 2:45.

Úloha 46.

Existuje dvojciferné číslo, které když se čte zleva je 1,2 krát menší, než když se čte zprava. Určete toto číslo.

Úloha 47.

Kukačkové hodiny kukají vždy v celou. Když zakukaly naposled všimla si Bára, že minutová ručička s hodinovou svírají pravý úhel. Jaký úhel budou svírat za 7 hodin? (Uveďte všechna možná řešení.)

Úloha 48.

Můžeme udělat krok o jeden nebo o dva schody. Kolika způsoby můžeme vyjít schodiště délky 15 schodů?

Úloha 49.

Najděte všechny dvojice přirozených čísel $[x; y]$, které vyhovují následující rovnici:

$$5x + 10y = 40$$

Úloha 50.

Pepíček dostal k Vánocům kouzelný měšec. O každé půlnoci se počet zlaťáků v něm zdvojnásobil. V pondělí ráno do něho umístil prvních pět zlaťáků a pak na měšec zapomněl. Vzpomněl si na něj až další pondělí. Podíval se dovnitř, a když zjistil, kolik peněz tam je, rozhodl se, že dnes a každý další den dvacet zlaťáků vezme a něco si za ně koupí. Tak činil po sedm dnů. Za týden v pondělí se podíval do měšce a rozhodl se, že už si z něho nic nevezme a vše co tam je rozdá chudým. Kolik zlaťáků dostali výše zmínění chudí?

Úloha 51.

Bára si napsala 42 krát za sebou číslo 40240. Určete kolik je v něm trojmístných souměrných čísel (souměrné číslo je takové, které se čte zleva i zprava stejně – např. 101).

Úloha 52.

Součin věků dědečka a jeho vnoučat je 9130. Víme, že věk žádných dvou vnoučat není stejný. Určete počet dědových vnoučat (uveďte všechny možnosti, uvažujeme přitom, že dědeček je z nich nejstarší a nemá více než 150 let).

Úloha 53.

Rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou AB má výšku 3 cm a základnu 2 cm. Vytvoříme kružnici k_1 tak, že bod C otáčíme kolem bodu B . Obdobně vytvoříme kružnici k_2 , bod A otáčíme kolem bodu B . Určete rozdíl obsahů těchto kružnic.

Úloha 54.

Organizátoři KOMA jeli vlakem na výlet. Do kupé tvořené 8 místy k sezení (4 po směru jízdy vlaku a 4 naproti nim) vešla jako první Bára, která si sedla k oknu. Poté vešla neodlučitelná trojice – Vasil, Katka a Eliška – která si sedla proti směru jízdy. To donutilo Báru, aby si sedla k oknu naproti nim. To však ještě netušila, že si k ní přisedne Míša. Když tento chaos uviděli Jiřík, Pája a Pěťa, řekli si, že je jim celkem jedno, kam si sednou. Kolik je možností rozsazení organizátorů KOMA v kupé tak, že zůstávají zachovány předchozí podmínky?

Úloha 55.

Urči velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku, který má vrcholy na ciferníku hodin v bodech 4; 7; 11.

Úloha 56.

Házím 3 kostkami najednou. Jaká je pravděpodobnost, že hodnota mého hodu bude 3? Výsledek uveď jako zlomek v základním tvaru.

Úloha 57.

Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC . Body K , L , M jsou po řadě paty výšek na strany AB , BC , AC . Urči velikost úhlu KLM pokud je velikost úhlu CAB 43° .

Úloha 58.

Podíl dvou čísel je osm, zbytek 24. Součet dělence, dělitele, podílu a zbytku je 389. Která jsou to čísla?

Úloha 59.

Najdi všechny dvojice prvočísel p , q pro které platí $3pq = (p + 1)(q + 17)$.

Úloha 60.

Určete počet všech celočíselných nezáporných kořenů.

$$x^2 \left(x^2 - x + \frac{1}{4} \right) \frac{1}{x} (x^8 + 2x^4 + 1) x (x^6 - 4x^3 + 4) \frac{1}{x^2} (x^{10} + 32x^5 + 256) x = 0$$

Úloha 61.

Kolik nejméně potřebujeme stejně orientovaných kvádrů velikosti $7 \times 8 \times 9$ cm abychom z nich mohli poskládat krychli?

Úloha 62.

Kolik je úhlopříček v pravidelném 2011-ti úhelníku?

Úloha 63.

Kolik různých anagramů (přesmyček) je možné vytvořit ze slova *MATEMATIKA*, přičemž musí být využita všechna písmena? (TIP: Nezapomeňte, že se zde některá písmena opakují.)

Úloha 1:	4; 16	Úloha 22:	36	Úloha 43:	$\frac{13}{102}$
Úloha 2:	34	Úloha 23:	8	Úloha 44:	56
Úloha 3:	1 300	Úloha 24:	16	Úloha 45:	172° 30'
Úloha 4:	-5	Úloha 25:	-40	Úloha 46:	45
Úloha 5:	49 kg	Úloha 26:	∞	Úloha 47:	60°; 120°
Úloha 6:	32; 104	Úloha 27:	Více řešení.	Úloha 48:	987
Úloha 7:	28 kg	Úloha 28:	69	Úloha 49:	[2; 3], [4; 2], [6; 1]
Úloha 8:	[7; 5]	Úloha 29:	7	Úloha 50:	76 840
Úloha 9:	4	Úloha 30:	13	Úloha 51:	41
Úloha 10:	15	Úloha 31:	[24; 6]	Úloha 52:	1; 2; 3; 4
Úloha 11:	210	Úloha 32:	47	Úloha 53:	$6\pi \text{ cm}^2$
Úloha 12:	12 000	Úloha 33:	17:00	Úloha 54:	36
Úloha 13:	126	Úloha 34:	27	Úloha 55:	45°; 60°; 75°
Úloha 14:	[7; 3; 4; 11]	Úloha 35:	[27; 7]	Úloha 56:	$\frac{1}{216}$
Úloha 15:	24 km	Úloha 36:	12	Úloha 57:	94°
Úloha 16:	3 074 m	Úloha 37:	44; 66	Úloha 58:	320; 37
Úloha 17:	7 : 19	Úloha 38:	7 564 b; 7 565 ě	Úloha 59:	[2; 17]
Úloha 18:	2	Úloha 39:	[62; 57; 83]	Úloha 60:	0
Úloha 19:	2 352	Úloha 40:	$24 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	Úloha 61:	254 016
Úloha 20:	3	Úloha 41:	141	Úloha 62:	2 019 044
Úloha 21:	10; $12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	Úloha 42:	24; 25	Úloha 63:	151 200