

KOKOS

37. ročník * 4. leták

Konečně už je tady čtvrtá série! Připravili jsme si pro Tebe dalších šest zajímavých příkladů včetně tentokrát odpočinkového příběhu. Svá řešení můžeš posílat do 3.4.2025. Tak ať to dobře počítá!

Vaši Organizátoři

Zadání úloh

Teodor a Lyra seděli ve věznici naproti trpaslíkovy cely a vedli s ním velmi důležitý rozhovor. Čím více jim toho trpaslík pověděl, tím víc jim na celé té situaci něco nesedělo. Trpaslík jim prozradil, že už dlouhou dobu Myšpulín okolo vesnice okouněl a vyzvídal nejrůznější věci. Taky pořád opakoval, že to na něj někdo narafičil. Lyra i Theodor trpělivě poslouchali, ale chtěli si být jistí, že mohou trpaslíkovi věřit.

„A proč jste tedy prodával tu vodu?“ zmateně se otázala Lyra. Trpaslík vykulil oči a ohradil se: „Jaké prodávání? Nikomu jsem nic neprodal!“ Lyra se zamračila a vysvětlila: „Myšpulín nám pověděl, že kvůli vyschnuté řeky neměli obyvatelé odkud brát vodu, ale tu z vašeho jezera jste přeprodával“. Trpaslík se tvářil opravdu ublíženě. „Taková křivá obvinění! Podívejte se cestou ven za co jsem zde vězněn! Vodu jsem obyvatelům poskytoval zadarmo, dokud se neznečistila, s čímž mimochodem také nemám nic společného! Myšpulín vám lhal!“ Dvojčata na trpaslíkovi poznala, že se cítí opravdu v koncích. Nechtěli se již dále zdržovat a rozhodli se vyřešit tuto nespravedlnost a zároveň přijít na to, proč v okolí vysychají řeky a znečišťují se. „Nebojte, pane, my vás dostaneme ven!“ zvolal Teodor a rychle se proplížili zpátky do policistovy kanceláře.

Policista stále běhal po venku a honil se za traktorem, i když většina obyvatel se šla uložit ke spánku kvůli pozdní hodině. „Lyro, drž hlídku! Zkusím ověřit, za co toho trpaslíka opravdu zatkli,“ pověřil sestru Teodor. Lyra přikývla a postavila se k oknu. Její bratr začal prohrabávat policistův stůl a hledal složku s trpaslíkovým jménem. Místo toho mezitím narazil na nepořádek v účetnictví.

Úloha 1. (7 bodů):

Pan policista si uložil 200 000 Kč do banky s ročním úrokem 5% (bez poplatků). Na konci každého roku ještě přidá dalších 50 000 Kč. Po konci jakého roku bude mít pan policista na účtu alespoň 1 000 000 Kč?

Teodor listinu odhodil a hledal dál. A konečně! Objevil složku, ve které se nacházely všechny důležité informace. „Lyro, tomu neuvěříš! On fakt nelhal! Má tu napsané, že je zatčen za otravu obyvatel, ne za nelegální prodej vody. Musíme tomu přijít na kloub!“ hlásil Teodor. Chtěl se ještě porozhlédnout, když Lyra zasyčela: „Rychle! Už jde! Musíme okamžitě pryč!“ A rychle se vyplížili, než si jich policista stačil všimnout.

Uháněli za svitu měsíce přes louku směrem k Myšpulínovu domu, odhodlaní ho konfrontovat a zjistit, kde vězí pravda o jejich vyschlé řece. Když konečně spatřili jeho domeček, zadýchaně se zastavili. „Co mu vlastně řekneme, až tam přijdeme? Že nám pěkně kecal a my to víme? To určitě!“ zarazil se Teodor. Lyra lapala po dechu, ale příkyvovala. Takhle asi ne. „Ale podívej! Něco se stalo!“ upozornila bratra Lyra a ukázala na skřítkovo obydlí, „vypadá to, že ho někdo přepadl!“ Teodor přimhouřil oči a ušklíbl se: „a nebo on sám domek náhle opustil“. Podívali se na sebe a začali se opatrně přibližovat. Čím blíž se posouvali, tím víc vypadal domek zpustošeně. Okenice rozlétlé dokořán, pár papírů na zemi a dveře prudce vykopnuté ven. Elfici si lámali hlavu nad tím, co se mohlo přihodit. Rozhodli se vejít.

Uvnitř to nevypadalo o moc lépe. Všude bylo poházené harampádí a Myšpulínova pohovka byla převrácená na bok. Jedna ze skříněk zela prázdnou a před ní se na zemi povalovaly komiksy a mezi nimi leželo krátké psaníčko. Teodor ho zvedl a začal číst.

Úloha 2. (6 bodů):

Úloha 2: Má dobrá přítelkyně je sběratelka komiksů. $\frac{1}{5}$ koupila po roce 2023, kdy šla cena nahoru a jeden komiks stál 223 Kč. Zbytek komiksů (56) koupila před rokem 2023, jeden tedy stál o 24 Kč méně než po roce 2023. Zjisti kolik moje přítelkyně prodělala když $\frac{1}{5}$ koupila po roce 2023 a jakou hodnotu má její sbírka komiksů, tak jak je koupila.

„Zase nějaké Myšpulínovy výpočty,“ kroutila hlavou Lyra.

Postupně se přesunuli do kuchyně a do ložnice, ve které se nacházelo spoustu knížek. Pokoušeli se najít jakékoliv vodítko k tomu, co se tady událo, ale nic. Teodora napadlo vyzkoušet, jestli za knihovnou nenajde tajné dveře, k ničemu takovému však nedošlo. Lyra si klekla a nahlédla pod postel a vyjekla. Na okamžik se jí zdálo, že znovu vidí oči robota, které ji pár nocí zpátky tak šíleně vyděsily, ale vypadalo to jen na rozsvícenou lucerničku. Natáhla se pro ni, ale ležela moc daleko. Lyře to nedalo a začala se po břiše sunout pod postel. Už se jí lucerna zdála na dosah ruky, když si všimla něčeho jiného.

„Teo, ta postel musí jít nějak zvednout!“ hlásila svému dvojčeti. „Cože? Nerozumím ti!“ ozvalo se zpoza Lyry. „Zkus najít nějakou páčku nebo něco!“ přikázala Lyra a čekala. Slyšela kroky po místnosti a šramot, jak se Teodor přehraboval v Myšpulínových věcech. Najednou zaslechla cvaknutí a postel se pomalu začala zvedat. Lyra se pousmála. Přišli na to. Postupně se jí odkryl pohled na zmateného bratra, který v šeru v místnosti neuměl rozeznat, co se právě stalo. Lyra zvedla lucernu a posvítla na dřevěný poklop uprostřed podlahy. Teodor nadšeně zatleskal a společnými silami se pokusili ho otevřít, ale ani se nehnul. Vtom si všimli něčeho dalšího.

Úloha 3. (10 bodů): *Na poklopu je napsáno číslo 1. Každý tah můžeš provést jednu z následujících operací:*

- *Vynásobit číslo na poklopu libovolným prvočíslem.*
- *Přičíst k číslu na poklopu libovolný jeho dělitel větší než 1.*

Je možné po konečném počtu tahů dosáhnout čísla 2024? Pokud ano, jak? Pokud ne, proč?

Každou z operací využij minimálně jednou.

Dvojčata našla řešení a vyslovila ho nahlas. Poklop se otevřel a odkryl jim žebřík vedoucí někam do temnoty. Oba polkli a rozhodli se zkusit, jestli žebřík drží. Držel. Nezbyvalo jim nic jiného, než po něm sejít dolů. Lyra na něj vstoupila první i s lucernou a Teodor lezl hned za ní. Už lezli celkem dlouho, když konečně Lyra ucítila pod nohama vlhkou zem. Počkala na bratra a mlčky se rozhlédli. Nacházeli se v neosvětlené místnosti, očividně hluboko pod zemí. Lyra zvedla lucernu a naproti nim se objevily těžké dubové dveře. Teodor se na sestru podíval a ani jeden z tohoto celého neměli dobrý pocit. Myšpulín toho skrýval mnohem víc, než si zprvu uměli představit.

Chtěli dveře potichu otevřít, ale museli použít obrovské množství síly a dveře začaly vrzat. Vystrašeně se na sebe podívali, ale nikdo zpoza dveří nevyskočil. Odkryl se jim pohled na dlouhou chodbu, tentokrát s lucerničkami, podobnými jako držela Lyra, zavěšenými na zdech. Pokračovali dál a dál, když se chodba začala pomalu rozšiřovat a otevřel se jim pohled na místo připomínající nástupiště. Kolem ležely poházené bedny a truhly a na zdech opět visely lucerny. Když popošli trochu dál, všimli si páru kolejí, které vedly z jednoho tunelu do druhého kolem nástupiště. V obou tunelech nešlo vidět ani na krok. „Co kdybychom trochu prohledali ty krabice?“ navrhl Teodor a sám se k jedné postavil. Lyra souhlasila a začali procházet jejich obsahy. V první našli obrovské množství čaje. V té vedlejší zase zrnka kávy. „Co to má znamenat?“ vrtěla hlavou Lyra a napadla ji úloha.

Úloha 4. (5 bodů):

Někdo koupil za 1 920 Kč 6 kg kávy a 3 kg čaje. Kolik zaplatil za 1 kg jednotlivého zboží, jestliže kg kávy a čaje stojí dohromady 440 Kč.

V dalších bednách nacházeli nejrůznější předměty, ale hlavně spoustu knih. Vypadalo to jako Myšpulínovo skladiště. Najednou zaslechli kvílivý zvuk a otočili se směrem ke kolejím. Z jednoho tunelu začalo vycházet světlo. Blížil se vozík. Než se stihlo kterékoliv z dvojčat pohnout, vozík zastavil u nástupiště. Nikdo v něm neseděl. Teodor se otočil na Lyru a pozdvihl obočí. Lyra krátce kývla a vydali se směrem k vozíku. Stále zel prázdnotou. Rychle do něj naskočili a než se vozík rozjel, napadla je další úloha.

Úloha 5. (5 bodů):

První vozík vyrazí ze stanice Routička rychlostí 500m/h. Druhý vozík vyrazí ze stanice Kropidlák rychlostí 3200m/h o 45 min později. Vzdálenost Routičky a Kropidláka je 5 km. Kdy a kde se setkají?

Vozík se pomalu rozpohyboval a vjel do tunelu. Postupně zrychloval a na cestu jim svítila jen Lyřina lucerna. Za chvíli už se řítili ohromnou rychlostí do neznáma. Teodor držel Lyru za ruku a ta k sobě tiskla lucernu, aby jí nevypadla. Po pár minutách prudkých zatáček a divoké jízdy začal vozík zpomalovat a spatřili před sebou světlo. Dorazili do další stanice. Lyra i Teodor si lehli na dno vozíku a počkali, dokud úplně nezastavil. Zprvu to vypadalo, že je všude ticho a chtěli se zvednout a prohlédnout si prostředí, ve kterém se ocitli, když se najednou začaly ozývat hlasy. „...a k tomu přičtete ještě výdaje na materiály, které jsme objednali,“ vysvětloval někdo, v kom dvojčata bezpečně poznala Myšpulína. Předával zřejmě někomu instrukce.

Úloha 6. (7 bodů):

Firma prodala na zakázku dva druhy materiálu. 50 kg materiálu A a 80 kg materiálu B stálo 1280 Kč. 1 kg materiálu B bylo o 3 Kč dražší než 1 kg materiálu A. Kolik stojí dohromady 3 kg materiálu A a 4 kg materiálu B

Teodor a Lyra vyčkali, dokud se Myšpulín a kdokoliv, na koho mluvil, přesunuli dál a opatrně vykoukli. To, co spatřili, jim ale vyrazilo dech. Myšpulín opět předčil jejich očekávání a nebylo pochyb, že tady jde o víc, než jen pomstu trpaslíkovi.

Řešení úloh 4. série pošlete do 3.4.2025 na známou adresu:

KoKoS

kokos.kopr.gmk@gmail.com

Autorská řešení 3. série

Úloha 1.

Počet nul na konci čísla $53!$ je určen počtem násobků 10 v jeho rozkladu. Číslo 10 vzniká jako součin 2 a 5, přičemž ve faktoriálu je vždy více dvojek než pětetek. Proto stačí spočítat, kolikrát se v rozkladu $53!$ vyskytuje číslo 5.

Výpočet počtu pětetek:

$$\frac{53}{5} = 10 + \frac{3}{5}$$

$$\frac{53}{25} = 2 + \frac{3}{25}$$

Z těchto výsledků vyplývá:

$$10 + 2 = 12$$

Další mocniny 5 (např. 125) už nepočítáme, protože $125 > 53$.

Vítek

Úloha 2.

Pionýři jedné školy se zavázali, že během tří let vysázejí 2 950 stromků, a to tak, že v druhém roce vysázejí o 25% více stromků než v prvním roce a ve třetím roce o 15% více stromků než ve druhém roce. Kolik stromků vysázeli v každém roce? (uveďte i zkoušku)

Řešení:

V prvním roce vysázeli ... x stromků.

Ve druhém roce vysázeli ... $(x + 0,25x)$ stromků, což je $1,25x$ stromků.

Ve třetím roce vysázeli ... $(1,25x + 0,15 \times 1,25x)$ stromků, což je $1,4375x$ stromků.

Počet vysazených stromků se rovná součtu stromků vysazených v jednotlivých letech:

$$x + 1,25x + 1,4375x = 2950$$

$$3,6875x = 2950 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2950}{3,6875} = 800$$

Zkouška:

1. rok: 800 stromků

2. rok: 800 stromků + 25% z 800 stromků \Rightarrow 1000 stromků

3. rok: 1000 stromků + 15% z 1000 stromků \Rightarrow 1150 stromků

Celkem: $800 + 1000 + 1150 = 2950$ stromků

Davča

Úloha 3.

Firma Dozdro prodává zboží a poskytuje ubytovací služby. V roce 2024 prodala firma zboží celkově za 1 200 000,- Kč bez DPH a za ubytovací služby získala celkem 500 000,- bez DPH. Za materiál zaplatila celkově 800 000,- bez DPH a za provozní náklady 200 000,- bez DPH. Jakou částku firma v roce 2024 vydělala, když prodej zboží, nákup materiálu a provozní náklady jsou v sazbě 21% a ubytovací služby jsou ve snížené sazbě 12%? Jaká bude daň, kterou má firma za rok 2024 odvést?

Řešení:

$$\text{DPH na prodeje zboží} = 1200000 \times 21\% = 252000$$

$$\text{Prodej zboží s DPH} = 1452000$$

$$\text{DPH na ubytovací služby} = 500000 \times 12\% = 60000$$

$$\text{Ubytovací služby s DPH} = 560000$$

$$\text{Celkové DPH, kterou firma obdrží} = 252000 + 60000 = 312000$$

$$\text{DPH na materiál} = 800000 \times 21\% = 168000$$

$$\text{Materiál s DPH} = 968000$$

$$\text{DPH na provozní náklady} = 200000 \times 21\% = 42000$$

$$\text{Provozní náklady s DPH} = 242000$$

$$\text{Celkové DPH, kterou firma zaplatí} = 168000 + 42000 = 210000$$

$$\text{Daň, kterou firma odvede} = 312000 - 210000 = 102000$$

$$\text{Firma vydělala} = 1452000 + 560000 - 968000 - 242000 = 802000$$

Markét

Úloha 4.

Označme:

- N - počet dětí Novákových,
- D - počet dětí Dvořákových,
- S - počet dětí Svobodových.

Podle zadání platí tyto rovnice:

$$N + 6 + D - 3 + S + 4 = 24, \quad (\text{celkový počet koloběžek}) \quad (1)$$

$$N + 6 = (D - 3) + 2, \quad (\text{koloběžky Novákových a Dvořákových}) \quad (2)$$

$$N + 6 = (S + 4) - 5. \quad (\text{koloběžky Novákových a Svobodových}) \quad (3)$$

Upravíme jednotlivé rovnice:

$$N + D + S = 17, \quad (\text{z rovnice (1)}) \quad (4)$$

$$N - D = -7, \quad (\text{z rovnice (2)}) \quad (5)$$

$$N - S = -7. \quad (\text{z rovnice (3)}) \quad (6)$$

Vyjádříme N :

$$N = D - 7, \quad (7)$$

$$N = S - 7. \quad (8)$$

Dosadíme do rovnice (4):

$$(D - 7) + D + S = 17 \quad (9)$$

$$2D + S - 7 = 17 \quad (10)$$

$$2D + S = 24. \quad (11)$$

Ze vztahu (8) vyjádříme S :

$$S = N + 7. \quad (12)$$

Dosadíme do rovnice (4):

$$N + D + (N + 7) = 17 \quad (13)$$

$$2N + D + 7 = 17 \quad (14)$$

$$2N + D = 10. \quad (15)$$

Řešíme soustavu rovnic (11) a (15):

$$2N + D = 10, \tag{16}$$

$$2D + S = 24. \tag{17}$$

Násobíme rovnici (16) číslem 2:

$$4N + 2D = 20. \tag{18}$$

Odečteme od rovnice (17):

$$(4N + 2D) - (2D + N) = 20 - 17 \tag{19}$$

$$3N = 3 \tag{20}$$

$$N = 1. \tag{21}$$

Dosadíme do rovnice (16):

$$2(1) + D = 10 \tag{22}$$

$$2 + D = 10 \tag{23}$$

$$D = 8. \tag{24}$$

Dosadíme do vztahu pro S :

$$S = 1 + 7 = 8. \tag{25}$$

Výsledek:

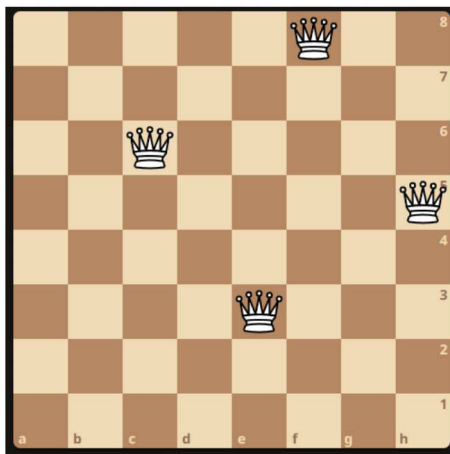
- Novákovi mají **1** dítě.
- Dvořákovi mají **8** dětí.
- Svobodovi mají **8** dětí.

Eli

Úloha 5.

Na standardní prázdnou šachovnici postavte čtyři dámy tak, aby kryly všechna neobsazená pole kromě polí a1, a2, b1 a b2.

Řešení:



Matěj

Úloha 6.

Průměr předního kola traktoru je 45 cm a zadního kola 105 cm. Přední kolo vykoná na určité dráze o 404 otáček více než zadní kolo. Jakou vzdálenost traktor ujel? Výsledek zaokrouhlete na desetiny metru.

Řešení: Nejprve si vyjádříme jednu otáčku kola, což je jeho obvod:

$$2\pi r = \pi d.$$

Počet otáček předního kola označíme x , počet otáček zadního kola $x - 404$. Protože obě kola ujedou stejnou vzdálenost, platí:

$$\pi x d_1 = (x - 404) d_2 \pi.$$

Ze zadání máme:

$$d_1 = 0,45 \text{ m}, \quad d_2 = 1,05 \text{ m}.$$

Po úpravě a dosazení získáme:

$$x = 707.$$

Nyní známe počet otáček předního kola, takže nám stačí dosadit do původní rovnice (je jedno jestli zvolíme levou nebo pravou stranu, protože jsou v rovnosti). Víme, že:

$$s = \pi x d_1 = (x - 404) d_2 \pi.$$

Nejprve použijeme $s = \pi x d_1$:

$$s = 707 \times 0,45 \times \pi = 999,4977.$$

Po zaokrouhlení na jedno desetinné místo vychází:

$$s = 999,5 \text{ m.}$$

Odpověď: Traktor ujel přibližně 999,5 m.

Helenka

Výsledkové listiny

6. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
1.	David	Tomeček	-	7	10	5	6	7	35	83
2.	Jakub	Lapáček	-	7	3	3	4	-	17	67
3.	Mikhail	Leshkov	-	7	6	5	-	8	26	65
4.	Patrik	Nedvěd	-	-	-	4	6	1	11	59
5.	Kristýna	Mašíčková	-	-	5	2	3	-	10	51
6.	Kristýna	Janošková	0	7	5	5	6	7	30	47
7.	Aneta	Maláčová	-	-	-	-	-	-	0	29
8.	Kateřina	Gudevová	-	-	-	-	-	-	0	20
9.-10.	Daniel	Bláha	-	-	-	-	-	-	0	17
	Lucie	Švidrnochová	-	-	-	-	-	-	0	17
11.	Antonín	Maláč	-	-	-	-	-	-	0	13
12.	Jana	Šlachtová	-	-	-	-	-	-	0	9
13.-14.	Zbyněk	Cihlář	-	-	-	-	-	-	0	5
	Matyáš	Kus	-	-	-	-	-	-	0	5
15.-16.	Martin	Krygel	-	-	-	-	-	-	0	4
	Adam	Pohlreich	-	-	-	-	-	-	0	4

7. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
1.	Adam	Urx	4	7	5	5	-	-	21	59
2.	Petra	Linhartová	-	-	-	-	-	-	0	53
3.	viktorie	Žídková	-	-	-	-	-	-	0	30
4.-5.	Anežka	Málková	0	7	-	-	-	-	7	19
	Vojta	Žídek	-	-	-	-	-	-	0	19
6.	Štěpán	Zahumenský	-	-	-	-	-	-	0	14
7.-8.	Kristýna	Janečková	-	-	-	-	-	-	0	10
	Lukáš	Kotlaba	-	-	-	-	-	-	0	10
9.	Filip	Chrástek	-	-	-	-	-	-	0	5

8. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>S</i>	Σ
1.	Šimon	Boček	4	7	10	5	6	8	40	95
2.	Kateřina	Endlová	4	7	-	-	6	8	25	80
3.	David	Hřeňo	2	6	4	5	3	8	28	79
4.	Tomáš	Kvapil	4	7	5	5	6	8	35	76
5.-6.	Ema	Harvey	4	-	-	-	-	-	4	26
	Vojtěch	Kubínek	-	-	-	-	-	-	0	26
7.	Ema	Děrgelová	-	-	-	-	-	-	0	20
8.	Amálie	Škarková	-	-	-	-	-	-	0	18
9.	Zaynab	Ghaleb	-	-	-	-	-	-	0	15
10.	Amálie	Matyášková	-	5	-	-	-	-	5	14
11.-12.	Ema	Gavendová	-	-	-	-	-	-	0	12
	Sabina	Grellová	-	-	-	-	-	-	0	12
13.-15.	Matěj	Adamčík	-	-	-	-	-	-	0	11
	Matěj	Dvořák	-	-	-	-	-	-	0	11
	Rozálie	Vrkočová	-	-	-	-	-	-	0	11
16.	Martin	Lindovský	-	-	-	-	-	-	0	9
17.	Nela	Rabiňák	-	7	-	-	-	-	7	7
18.	Kateřina	Demlová	-	-	-	-	-	-	0	6
19.-21.	Jolana	Josífková	-	-	-	-	-	-	0	5
	Veronika	Meissnerová	-	-	-	-	-	-	0	5
	Adam	Nikl	-	-	-	-	-	-	0	5
22.	Zaynab	Ghaleb	-	-	-	-	-	-	0	4
23.	Veronika	Martinásková	-	-	-	-	-	-	0	3
24.	Agáta	Nosková	-	-	-	-	-	-	0	2
25.	Johana	Mužná	-	-	-	-	-	-	0	1
26.	Veronika	Martinásková	-	-	-	-	-	-	0	0

9. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>S</i>	Σ
1.	Alžběta	Pařenicová	4	7	5	-	6	8	30	99
2.	Kristýna	Gudevová	-	6	-	-	6	8	20	75
3.	Kristýna	Lindovská	0	7	5	5	4	8	29	68
4.	Dominik	Fenovcik	4	7	-	5	5	8	29	67
5.	Jaroslav	Janošek	3	7	3	2	-	7	22	39
6.-7.	Štěpánka	Cihlářová	-	-	-	-	-	-	0	33
	Eliška	Kubínková	0	-	5	-	6	-	11	33
8.	Jakub	Filip	-	-	-	-	-	-	0	31
9.	Klárka	Honová	-	-	-	-	-	-	0	28
10.	Josefína	Svatušková	-	-	-	-	-	-	0	26
11.	Šimon	Pelák	-	-	-	-	-	-	0	16
12.	Matouš	Pastorek	-	-	-	-	-	-	0	15
13.	Amálie	Langrová	-	-	-	-	-	-	0	9
14.-15.	Barbora	Hamplová	-	-	-	-	-	-	0	5
	Amálie	Štiková	-	-	-	-	-	-	0	5