



KOKOS

38. ročník ★ 1. leták

Milý řešiteli!

věříme, že jste si prázdniny užili naplno. Máme pro vás dvě zprávy – a jak už to bývá, jedna je horší a druhá lepší. Mohli bychom vám dát vybrat, kterou chcete slyšet jako první, ale stejně se dozvíte obě. Začneme tou horší – prázdniny skončily. Čeká nás rok plný domácích úkolů a testů, ale také spousta nových zážitků a dobrodružství. A teď ta lepší – přinášíme vám novou záhadnou sérii pro školní rok 2025/26, která vás zavede k moři... vlastně spíš pod moře.

Každá série bude obsahovat 6 různě těžkých příkladů, které budou zakomponované do zajímavého příběhu. Jestliže budeš v řešení úloh úspěšný, máš šanci se na konci roku umístit na vrcholu výsledkové listiny a vyhrát za svou píli hodnotné ceny! Chceš se dozvědět něco nového z matematiky a zároveň se pobavit nad krátkým příběhem? Porovnal bys rád své síly se svými vrstevníky? Pak směle do toho! Na začátek si ale přečti pravidla našeho semináře, kterými se každý KoKoSák vždy řídí:

- KoKoS je mezinárodní matematická korespondenční soutěž pro žáky 6. – 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.
- Ročník je rozdělen do pěti sérií. V každé sérii Ti zašleme leták se zadáním úloh. Ty je vyřešíš a pošleš nám je emailem zpět. My je opravíme, ohodnotíme a zašleme Ti je zase nazpátek spolu se zadáním další série.
- Na řešení máš vždy několik týdnů. Toto je první série, jejíž uzávěrka je **8. října**.
- Jednotlivé příklady piš na papíry formátu A4 nebo A5. **Na každý papír piš řešení pouze jednoho příkladu!** Více příkladů na jednom papíru nám přidává práci a vzhledem k počtu řešitelů se takovými řešeními nemůžeme a nebudeme zabývat!
- U každé úlohy připiš **do levého horního rohu** své jméno, příjmení, číslo série a úlohy.

- U každého příkladu musíš pečlivě vylíčit postup řešení. Uvedeš-li pouze výsledek nebo nezdůvodníš-li dostatečně své závěry, nemusíme Tvé řešení považovat za kompletní a úplné – zbytečně poté ztrácíš body!
- Do našeho semináře se můžeš přihlásit kdykoliv, i v průběhu. Také nemusíš nutně odeslat všechny série nebo úlohy (i když poté Tě asi ve výsledkové listině předběhnou usilovnější řešitelé). Vždy ale musíš před prvním odesláním řešení (tedy pokud KoKoS řešíš poprvé) **vyplnit internetovou přihlášku!** Tu najdeš na adrese <http://kokos.gmk.cz/prihlaska>. Pokud už ses přihlásil loni, přihlášku nemusíš vyplňovat. Řešeními, která odešleš, aniž by ses řádně přihlásil, se nezabýváme.
- Vyplatí se pravidelně sledovat naše webové stránky <http://kokos.gmk.cz>. Najdeš zde aktuální informace o průběhu soutěže a také diskusní fórum, které můžeš použít, nebudeš-li úloze rozumět, apod. Pokud se v zadání některého příkladu objeví chyba, zveřejňujeme opravy právě na těchto stránkách.
- Systém bodování je stejný jako v uplynulém roce. V zadání příkladu vždy najdeš maximální počet bodů, který za něj můžeš získat. Pokud příklad nedokážeš vyřešit úplně, ale uděláš alespoň nějaký pokrok, přisoudíme Ti odpovídající část bodů. Maximální bodový zisk za jednu sérii je vždy 40 bodů.
- Každý ročník (6. – 9.) má svou vlastní výsledkovou listinu, aby nižší ročníky nebyly znevýhodněny.
- Úspěšným řešitelem KoKoSu se stává ten, kdo alespoň ve třech sériích získá alespoň 25 bodů.

Hodně štěstí a zábavy při řešení Ti přeji Tví
organizátoři

Zadání úloh

Bylo, nebylo... vlastně spíš bylo než nebylo. Hluboko pod mořskou hladinou se ukrývala vesnička Bublubuk. V této malebné vesničce žijí malé rybičky. Ne ledajaké – jsou velice chytré, možná ještě chytřejší než ty. Není ani jediné rybičky, která by neměla cenu za to, že něco vymyslela nebo vynalezla. Až na tři nejmladší, které zatím přemýšlejí, za co by cenu mohly dostat, aby nebyly pozadu. Tyto tři si teď představíme, protože pro nás na naší cestě budou velmi důležité.

První, nejstarší z těchto tří, se jmenuje Bystřinka. Jméno zdědila po své prarybičce, která patřila k nejbystřejším rybám, a rodiče doufají, že tuto vlastnost zdědila i ona. Druhý, pojmenovaný podle své moudrosti, se jmenuje Moudřík. A poslední – Perlička – dostala jméno podle svých očíček, které vypadají opravdu jako malé perličky.

Bublubuk je sice plný moudrých ryb, ale žádná si neví rady s jedním nešvarem, který vesničku už dlouho trápí. Každý měsíc se už rok ztrácí jedna rybička a nikdo neví kam. To znamená už 12 ztracených ryb, což je na vesničku těchto rozměrů až příliš.

Není tedy divu, že se všechny malé rybičky bojí, kdo zmizí jako další. Když se taková rybička bojí, není schopná přemýšlet. Kdo se ale nebojí vůbec ničeho, jsou naši tři podmořští kamarádi. Ti se rozhodli, že nejen zachrání svou vesničku, ale přivedou zpět i starší kamarády, kteří se ztratili. A ty, milý řešiteli, je v tom určitě nenecháš a pomůžeš jim záhadu rozluštit?

Než se naše rybičky odhodlaly svým kamarádům pomoci, předcházela tomu ještě spousta událostí. Například zasedací rada ryb, kde se každý týden scházely všechny rybičky z celého Bublubuku. Předsedá jí Rybák Ploutev – nejchytřejší ryba pod mořem – ale jak už víme, ani on si s touto záhadou nedokáže poradit.

„Jediné, co můžeme udělat, je ohradit naši vesnici, a někteří z nás budou strážit,“ říká Ploutev, zabořený hlavou ve svých poznámkách. „Máte někdo nějaký nápad, jak to vyřešit?“

„Já bych měl, pane,“ ozve se jeden z největších stavitelů v celé vesnici. Postavil dokonce imitaci Eiffelovy věže a spoustu dalších napodobenin z našeho světa. S nadšením, že bude moci zase něco stavět, plave k Rybákovi, ale těsně před ním mu plány spadnou a rozsypou se.

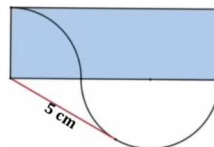
„Co s tím teď mám dělat?“ říká nešťastně Rybák.

„No, je tam vidět půdorys naší vesnice, takže když vypočítáme obsah, pak už se lehce dostaneme k obvodu vesnice,“ volá přes celou zasedací místnost Počtulák – ryba, která umí ze všech nejlépe počítat.

Pomůžeš mu s jeho matematicko-geometrickou hádankou?

Úloha 1. (9 bodů):

Jaký je obsah vesničky (modrý obdélník), pokud je červená přímka tečnou půlkružnice?



Počtulák už měl vypočítáno a mohlo se začít stavět. „Čím dřív bude hotovo, tím víc ryb zachráníme,“ řekl Rybák, poté co si Počtulák vysloužil velký potlesk od všech ryb. Na práci bylo povoláno šest nejšikovnějších ryb. Práce jim trvala asi čtyři dny a všechny ostatní ryby se chodily s údivem dívat, jak jim jde práce od ploutve.

Když bylo hotovo, nastal problém – jak je odměnit. „Odměníme je bonbóny, ale jak je rozdělit?“ lámaly si hlavu rybičky.

Úloha 2. (4 bodů):

Na práci se podílelo 6 ryb. Každé dvě ryby si mezi sebou vymění přesně jeden bonbón. Kolik bonbónů bylo celkem vyměněno?

Po vyřešení této záhady se ve vesničce celý dlouhý měsíc nic nedělo. Proběhlo pár zasedacích rad a všichni si mysleli, že nad záhadou vyrostli a už se nikdo neztratí. To se ale mylili.

Za jedné velmi chladné podmořské noci se opět jedna rybička ztratila. „Pane Rybáku, to je už třináctá ztracená ryba! Nemáme co víc udělat – hradby jsou postavené, střídáme se v hlídkování – a stejně se zase někdo ztratil! Někdo by měl vyplavat ven z vesnice a najít toho, kdo nám krade naše občany,“ rozčilil se na schůzi největší mluvčí z Bublíbu. „Ano, souhlasím, Brblo, ale kdo? Všichni se bojí, co je za hradbami čeká,“ odvětil Rybák.

To bylo pro naše tři malé kamarády znamením, že je čas se předvést.

„My půjdeme,“ vyplaval nad stůl Moudřík.

„Kdo my?“ ozvalo se od stolu.

„Nooo... já, Bystřinka a Perlička. Stejně tu nemáme co na práci, tak aspoň trochu pomůžeme,“ trval na svém Moudřík.

„Však se ztratíte dřív, než vyplavete z vesnice,“ smály se jim starší ryby.

„Ne, to se pletete,“ ozvala se z ničeho nic dosud zamlklá Perlička.

„Jsme šikovnější, než si myslíte,“ přidala se Bystřinka: „A... a... ukážeme vám, že to zvládneme, i když ještě nejsme moc velké.“

Všechny ryby se podívaly na Rybáka. Ten jen ne příliš nadšeně kroutil hlavou, ale nakonec řekl: „No tak dobře.“

Všechny ryby zůstaly s pusou otevřenou dokořán, jen naši tři kamarádi se radovali, že konečně můžou ukázat, co umí.

Vydali se tedy na cestu. Co ale nečekali, bylo, že je jejich kamarádi začnou zkoušet ještě ve vesnici.

„Počkejte!“ volali na ně. „Musíte si vzít něco pro štěstí, ale k tomu musíte vymyslet matematickou hádanku. Jinak vás nikam nepustíme.“

Úloha 3. (11 bodů):

Všechny 3 rybičky si z truhličky vytáhly 7 různých mušliček. Kolika způsoby se o ně mohou dělit tak, aby každá měla alespoň jednu mušličku?

„Však to je jednoduché,“ zvolal Moudřík. Řekl výsledek tak rychle, že všichni byli překvapení, jak snadno tuhle zapeklitou hádanku vyřešil. Už, už chtěli vyrazit, když je opět zastavili.

„Vy nebudete mít hlad?“ zeptal se Kuchaříčkos, nejlepší kuchař a farmář z vesnice. Váhavě všichni tři přikývli.

„Já jsem pro vás vypěstoval podmořské banány, ale musíte se o ně podělit,“ řekl s trochu záškodným úšklebkem.

Úloha 4. (4 bodů):

Rybičky se dělí o podmořské banány:

První rybička (Moudřík) si vezme 3 banány, druhá rybička (Bystřínka) půlku toho, co zbylo, a třetí rybička (Perlička) si vezme poslední zbývající banán. Kolik měly celkem podmořských banánů?

Jakmile měly rozděleno, chtěly rychle vyplavat, když je opět zadrželi – tentokrát s ještě těžším úkolem než předtím.

Úloha 5. (7 bodů):

U Nádrž se napouští dvěma kohouty. Prvním kohoutem by se celá nádrž naplnila za 4 hodiny, druhým kohoutem za 6 hodin. Nejdříve se napouštěla pouze prvním kohoutem po dobu 1 hodiny. Poté se připojil i druhý kohout a oba běžely společně, dokud nebyla nádrž plná.

Za jak dlouho (od začátku) byla nádrž plná?

„K čemu nám tato úloha bude?“ zeptala se Bystřínka. „Jsme přece pod vodou.“

„Nebrblej a počítej,“ odvětil jí Rybák.

Po nějaké době se konečně všechny tři malé rybičky shodly na výsledku a ostatní ryby jen zůstaly zírat s otevřenou pusou.

„No, to se vám povedlo,“ uznal Rybák. „Ale než vás pustíme ven z vesnice, musíte nám odpovědět ještě na jednu otázku. S tím, co jste předvedly doted', to pro vás ale bude brnkačka.“

Úloha 6. (5 bodů):

Vypočítejte velikosti úhlů brány o tvaru trojúhelníku, jestliže víte, že trojúhelník je rovnoramenný a úhel proti základně je o 30° větší než úhel při základně.

„To je ten nejjednodušší příklad, jaký jsem kdy dostala,“ zasmála se Perlička. Opět si vysloužili velký obdiv, když řekli výsledek.

„Nuže, prokázali jste, že jste schopni této mise. Vydejte se na cestu, ale opatrně – nikdy nevíte, co se může stát,“ popřál jim Rybák.

Všechny ostatní ryby jim se slzami v očích mávaly na cestu, obávající se, že se už

nevrátí. Jen Moudřík, Bystřinka a Perlička vesele vyplavali z brány města, připraveni na cokoliv, co je může potkat.

*Řešení úloh 1. série posílejte do **8. 10. 2024** na známou adresu:*

KoKoS

kokos.kopr.gmk@gmail.com