

KOKOS

24.ročník * 6.leták

Milý řešiteli, dostává se Ti do rukou poslední série 24. ročníku KoKoSu. Najdeš zde vyvrcholení příběhu, autorská řešení páté série a všemi očekávanou výsledkovou listinu. Jistě jsi zvědavý, jak ses umístil v celkovém pořadí řešitelů. Pokud nevidíš své jméno na medailových příčkách, nezoufej, příští rok, nejsi-li v 9. třídě, to můžeš zkusit znovu.

Můžeš se také těšit na dvě připravovaná celotýdenní soustředění překypující matematikou, na které jen tak nezapomeneš nebo na ještě větší Koperníkův Matboj (KOMA). Tento rok se ho zúčastnilo 140 řešitelů z celé České republiky. Soutěž měla mezi žáky velký úspěch, a tak doufáme, že se vás příští rok přihlásí ještě více.

Letos je to od nás organizátorů vše. Prázdniny jsou za dveřmi, a proto doufáme, že si je pořádně užiješ a pln elánu se následující rok pustíš do řešení dalších a dalších sérií.

Ahoj v příštím školním roce plném matematických záhad

Organizátoři

BLAHOPŘEJEME **Anně Kufové**, která se se svými 191 body stává nejspěšnější řešitelkou letošního ročníku. Těsně za ní se umístil **Aleš Krčil** se 186 body, třetí místo obsadila **Alžběta Maleňáková** se 182 body.

Blahopřejeme i jednotlivým vítězům ve svých kategoriích:

	1. místo	2. místo	3. místo
9.ročník	Anna Kufová	Tereza Tížková	Adam Gaura
8.ročník	Aleš Krčil	Alžběta Maleňáková	Eliška Červenková
7.ročník	Martin Dušek	Jan Havelka	Jan Preiss
6.ročník	Klára Mořkovská	Jan Kačenka	Dušan Morbitzer

Závěrečná část příběhu

Anežce dlouho trvalo než se jí konečně podařilo usnout, pořád se převalovala v posteli, a tak není divu, že již před svítáním přešlapovala z místa na místo a uvažovala nad tím, co bude dál. Kuba naopak se spánkem vůbec žádné problémy neměl, a proto pro něj bylo velkým překvapením, když jej brzy ráno Anežka vyrušila ze světa fantazie. Děvče

však bylo příliš neústupné, a tak se Kuba po chvilce odporu vzdal, vylezl z postele a zanedlouho už společně vyrazili k dědečkovi. Dědeček však byl již velmi starý pán, který potřeboval pořádnou dávku spánku, což zapříčinilo to, že děti před jeho domkem ještě další dvě hodiny seděly a čekaly, až se probudí.

Možná by bylo také vhodné podotknout to, že dědeček není opravdovým příbuzným ani Anežky, ani Kubu. Ale všichni okolní obyvatelé mu říkají dědeček jednak proto, že je z nich nejstarší, a pak také proto, že je jeho jméno nesmírně složité a všem dělá problém si ho zapamatovat, některým ho i vyslovit. Je to však velice moudrý a mocný mág, který dokáže napravit nejedno zpackané kouzlo.

Poté, co se dědeček probudil, patřičně upravil a konečně zjistil, že má nějaké hosty, pozval obě děti do své chaloupky, kde jim nabídl čerstvou snídani, poněvadž sám ještě nesnídal a měl už celkem hlad. Během snídání mu tedy děti stručně vylíčily, proč za ním vlastně přišly. Vyprávěla především Anežka, protože jak se ukázalo, Kuba měl na věci značně zkreslený názor. Dědeček vyslechl onen příběh a k Anežčinu velkému překvapení se na ni ani na Kubu, což pro ni bylo ještě větším překvapením, nezlobil. Slíbil, že jim pomůže. To však podle něj vyžadovalo speciální kouzlo, které se nedá provádět jen tak někde.

Vydali se tedy společně na cestu k jednomu starodávnému magickému místu, kterému se většina lidí i jiných bytostí obloukem vyhýbala. Obě děti byly cestou neskutečně nervózní a připadalo jim to jako celá věčnost. Anežka se bála, co všechno se ještě může stát a Kuba se už nemohl dočkat, až konečně to tajemné místo naplněné kouzelnou energií spatří. Když konečně dorazili na místo, byli oba trochu zaskočení. Kdyby jim dědeček neprozradil, že už jsou tam, ani by to nepoznali. Vypadalo tak obyčejně, všedně a žádná magie poletující v okolí nebyla patrná. Někteří lidé by možná i řekli, že je to to nejnudnější místo, které kdy spatřili.

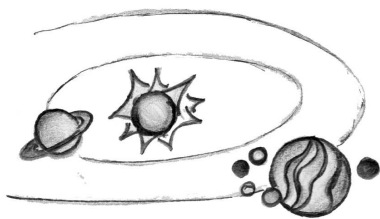
Po chvilce pozorování si tedy Anežka sedla stranou a pozorovala dědečka s Kubou. Oba se chytli za ruce a dědeček začal provádět nějaké kouzlo. Uplynulo zhruba půl hodiny, když dědeček skončil, otevřel oči a s velkým úsměvem na rozzářené tváři řekl Kubovi: „Ty jsi ale šikula.“ Obě děti na něj nechápavě zíraly, a tak dědeček pro jejich uklidnění dodal: „Nebojte, všechno spravíme.“

Ono tajemné kouzlo, které dědeček s Kubou prováděl, mu objasnilo vše, co Kuba pomocí magie za celý svůj život udělal. Viděl tak všechny malicherné věci, které skoro ani nestojí za zmínku i ty závažnější, které způsobily tolik problémů. Mezi nimi například přesun planety na Zemi a zpět – při této příležitosti si však stihl povšimnout i skutečnosti, že jejich planeta již nadále není kulatá, nýbrž placatá, zhotovení duhové



kuličky, zasněžení celé země, dokonce uviděl i to, jak některá Kubova kouzla přesunují jednoho nicnetušícího človíčka z jiné planety do budoucnosti i do minulosti.

Dědeček tedy vyložil Kubovi, co všechno svými kouzly napáchal a také mu slíbil, že mu později trochu pomůže se starou magickou řečí, aby už k tolika problémům nedocházelo. Pak se šel na chvíli uložit do trávy, aby si pořádně odpočinul před tím, než pomůže zvrátit všechny vlivy chlapcových kouzel. Kuba už to ale nevydržel, protože mu bylo neuvěřitelně líto onoho fyzikáře, který se zrovna nacházel mezi dinosaury. Proto začal kouzlit a než se děti nadály, ozvalo se hlasité *Puk*, následované protáhlym *Pchhhh* a dědeček byl ten tam.



Dědeček se objevil na planetě Zemi ve velmi podivné místnosti a poté, co se rozhlédl okolo sebe zjistil, že zde není sám. Stál tam, vedle něj byl značně zmatený fyzikář Láda a před nimi seděla celá třída studentů s otrávenými výrazy ve tvářích. Dědeček tušil, co se asi stalo a věděl, že se zvrácením účinků Kubových kouzel už nemůže dále otálet. Zmizel proto ze třídy jak nejrychleji mohl, vyřítit se ze školy a mířil k nedalekému parku, který zahlédl, neboť doufal, že zde najde trochu klidu

pro čarování. Když konečně našel trochu skryté zákoutí, neotálel ani vteřinu a pustil se do velkého zvrátneho kouzla, které mělo odčinit všechny škody najednou.

Když Kuba uviděl co se stalo, zděsil se. Nejdříve nevěděl, co si počít. Zmateně přecházel ze strany na stranu a opravdu nechápal, co se to stalo. Anežka našťestí ještě předtím usnula únavou, a tak nic z právě proběhlých událostí ještě nezaregistrovala. Kuba si sedl na kámen, o který před chvílí zakopnul a snažil se přemýšlet. Pak mu přišel na mysl skvělý nápad, alespoň Kuba si myslel, že je skvělý. Dědeček přece říkal, že zvrátne kouzlo se mi povedlo. Takže když udělám velké zvrátne kouzlo, vše se vrátí do původního stavu a dědeček už nebude muset nic řešit. Hoch tedy neotálel a dal se do kouzlení.

Kuba a dědeček však prováděli stejné kouzlo ve stejnou chvíli, ale každý z nich na jiném místě. Kdyby o tom věděli, věděli by také, že to nepřinese nic dobrého, ale ani jeden z nich tuto skutečnost tušit nemohl, a tak se stala překapivá věc. Obě kouzla ukončená přesně ve stejný okamžik se srazila na půli cesty za jejich místem působení a způsobila něco naprosto jiného. Malá duhová skákací kulička zničehonic dopadla na Zemi, od které se odrazila a tažena neviditelnou silou odlétla do velice vzdálené galaxie, kde zvětšila své rozměry zhruba bilionkrát. Tam trochu rozhodila rovnováhu zdejších planet a měsíců. Nakonec se zastavila, vybrala si oběžnou dráhu s pěkným výhledem a začala obíhat kolem zdejších tří sluncí. Aby jí nebylo smutno, přitáhla k sobě ještě pár měsíců, a pak už jen spokojeně rotovala a če-



kala, až se znovu ustálí i okolní planety. Ty z toho nebyly moc nadšené, ale pravdou bylo, že s tím nemohly vůbec nic udělat. To vše se seběhlo během jediného mrknutí oka a prozatím to nikdo, kromě z rovnováhy vyvedených planet, nestihl zaregistrovat.

Srážka dvou stejných kouzel vytvořených v tutéž chvíli také způsobila omámení několika pozemských lidí z minulosti, současnosti i budoucnosti a také Kuby, Anežky a dědečka vírem duhových barev a sprškou neurčitých skřeků, které nezapomnělo doprovodit hlasité *Puk*, následované protáhlým *Pchhhh*. Pak se chvíli otáčeli ve vzduchoprázdnu, než konečně dopadli na povrch duhové planety, jejímiž novými obyvateli se stali.

Anežka, právě probuzená nepředpokládaným průběhem událostí, se zděšeně dívala na Kubu, který těkal očima po všech okolo a vůbec nechápal, co se děje. Hlavní problém všech přítomných spočíval v tom, že jim kouzlo více či méně, i když v tomto případě spíš více, pomohlo zapomenout veškerou jejich minulost. Jediné, co si každý z nich pamatoval, bylo své jméno. A tak se postupně seznámili Anežka s Kubou a s dědečkem, kterému kvůli složitosti jeho jména všichni začali říkat dědečku, s fyzikářem Láďou a také jeho žákem Edou. Kouzlo ale nezapomnělo ani na Archiméda, pozemské dítě, které na chvíli vlastnilo placatou planetu a také smutného pozemského človíčka, který tak náhle přišel o právě nalezenou skákací kuličku. Nakonec se na planetě objevila i zelenooká slečna, které nic nepřišlo ani trochu podivné, a také klobouk s vlastním výrazem, který se okamžitě začal tvářit velice moudře.

Autorská řešení 5. série

Úloha 1.

Všechny pobyty na planetách a přelety dokážeme vyjádřit v hodinách. Den na trpasličí planetě je roven 0,3 dne na Zemi, tudíž 7,2 hodin. Na této trpasličí planetě stráví raketa 3 tamější dny = **21,6 hodin**. Přelet rakety z Pluta na trpasličí planetu trval stejně dlouho jako pobyt na trpasličí planetě = **21,6 hodin**. Dvakrát delší dobu strávila raketa na Plutu = **86,4 hodin**. Let na Pluto byl 3,6krát kratší, než pobyt na Plutu samotném = **24 hodin**. Vzdálenost trpasličí planety od Země je 5krát větší než vzdálenost mezi Plutem a Zemí, tudíž raketa poletí 5krát delší dobu = **120 hodin**. Nyní známe celkový čas letu, který je roven: $24h + 86,4h + 21,6h + 21,6h + 120h = 273,6 = 273$ hodin 36 minut.

Raketa ze Země vzlétla 1.3.2012 6:00, zpátky na ni přistála **12. 3. 2012 15:36**.

Péťa

Úloha 2.

Na zvážení máme dva případy, kam se kluk rozeběhne.

1. Směrem k vlaku, uběhne $0,5x - 10$ m, zatímco vlak ujede $x - 4$ m
2. Na druhou stranu, uběhne $0,5x + 10 - 8 = 0,5x + 2$ m, vlak ujede $2x - 8$ m

Zde si můžeme všimnout, že ve druhém případě ujede vlak 2krát větší vzdálenost, musí tedy platit, že $0,5x + 2$ je 2krát více než $0,5x - 10$. Tento poznatek si dosadíme do rovnice, kterou lehce spočteme:

$$0,5x + 2 = 2(0,5x - 10)$$

$$0,5x + 2 = x - 20$$

$$0,5x = 22$$

$$x = 44 \text{ m}$$

Most má délku **44 metrů**.

Miša

Úloha 3.

Celou situaci si zaznačíme do jednoduché tabulky:

den	obchodník	muž	zisk
1.	100	1	99
2.	100	2	197
3.	100	4	293
4.	100	8	385
5.	100	16	469
6.	100	32	537
7.	100	64	593
8.	100	128	565
9.	100	256	409
10.	100	512	-3

Z této tabulky můžeme vyčíst, že aby obchodník neprodělal, měla by dohoda trvat maximálně **9 dní**. Pokud chce obchodník vydělat co nejvíce, pak dohodu musí ukončit **7. den**.

Jiřík

Úloha 4.

Nejdříve si výraz rozložím:

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = (x - 1)x(x + 1)$$

Ted' vidím, že je tento výraz součinem tří po sobě jdoucích čísel, a to čísla x a dvou okolních. Má-li být tento výraz dělitelný 31, pak aspoň jedno z těchto čísel musí být dělitelné 31. Najdu tedy všechna trojčíselná čísla dělitelná 31 a jejich počet vynásobím třemi, neboť musím zohlednit i čísla o jedničku menší a větší. Dojdu k číslu 87, které ještě vynásobím 2, neboť musím zohlednit záporná čísla. Výsledek je **174**.

Vasil

Úloha 5.

Nejdříve je třeba zjistit délku hrany našeho osmistěnu. To můžeme například z pravoúhlého trojúhelníku ABC , kde A a B jsou středy dvou sousedních stěn krychle a C je středem společné hrany těchto stěn. Z Pythagorovy věty zjistíme, že hrana osmistěnu AB má délku $\sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$. Zkusíme tedy spočítat povrch. Povrch se skládá z 8 stejných rovnostranných trojúhelníků o straně $\sqrt{18}$.

Výpočet obsahu rovnostranného trojúhelníku:

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

To vynásobíme 8 a získáme přibližně **62,35 jednotek čtverečních**.

A nyní objem. Osmistěn se skládá ze dvou čtyřbokých pravidelných jehlanů, jejichž podstava je čtverec o straně $\sqrt{18}$ a jejichž výška je 3. Obsah podstavy vynásobíme výškou, to celé vydělíme třemi a vynásobíme 2, neboť jsou to 2 jehlany. Výsledek je **36 jednotek krychlových**.

Vasil

Úloha 6.

Víme, že poměr délek přepony a jedné z odvěsen v trojúhelníku ABC je 13 : 5. Pythagorova věta říká: $13^2 = 5^2 + x^2$, kde x je druhá odvěsna. Vyhovuje číslo 12. Víme tedy, že poměr délek stran je 13 : 12 : 5. Jelikož obvod kružnice se počítá jako $\pi \cdot d$, víme, že poměry obvodů budou stejné, a to tak, že 676 bude vyhovovat 13. Poměr obvodů je tedy $13 \cdot (52) : 12 \cdot (52) : 5 \cdot (52)$. Obvody jsou následující: **676, 624, 260**.

Vasil

Výsledkové listiny

Tady najdete jen několik nejlepších řešitelů, pro úplné výsledkové listiny se podívejte na naše internetové stránky.

6. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>S</i>	Σ
1.	Klára	Mořkovská	7	8	5	6	4	5	35	127
2.	Jan	Kačenka	7	8	5	7	6	4	37	119
3.	Dušan	Morbitzner	7	8	-	2	6	4	27	71
4.	Jakub	Kára	-	-	-	-	-	-	0	33
5.	Ondřej	Šerek	-	-	-	-	-	-	0	6

7. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>S</i>	Σ
1.	Martin	Dušek	7	8	0	1	6	6	28	135
2.	Jan	Havelka	7	8	2	7	3	3	30	127
3.	Jan	Preiss	7	-	1	-	3	4	15	95
4.	Michal	Kresta	2	2	0	-	3	6	13	92
5.	Berenika	Čermáková	7	-	5	2	3	6	23	88
6.	Bára	Tížková	7	-	5	-	3	5	20	83
7.	Adéla	Hanková	7	-	5	-	2	6	20	78
8.	Barbara	Gaura	-	-	-	-	-	-	0	74
9.	Kateřina	Zástěrová	7	-	5	-	5	4	21	21
10.	Zuzana	Nieslaniková	-	-	-	-	-	-	0	9
11.	Dominika	Čmielová	-	-	-	-	-	-	0	6
12.	Barbora	Plucnarová	-	-	-	-	-	-	0	3
13.	Simona	Ogrodzká	-	-	-	-	-	-	0	1

8. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>S</i>	Σ
1.	Aleš	Krčil	7	8	5	7	6	6	39	186
2.	Alžběta	Maleňáková	7	8	5	7	6	6	39	182
3.	Eliška	Červenková	7	8	5	7	6	5	38	157
4.	Damian	Waloszek	2	8	5	2	6	6	29	121

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	<i>S</i>	Σ
5.	Adam	Poloček	7	8	0	2	4	5	26	115
6.	Martin	Karlík	7	8	4	-	1	6	26	103
7.	Ondřej	Beránek	-	-	-	-	-	-	0	99
8.	Tomáš	Nguyen	7	-	5	-	3	5	20	75
9.	Magdalena	Poukarová	-	-	5	-	4	6	15	64
10.	Matouš	Petřík	-	-	-	-	-	-	0	51
11.-12.	Anastázie	Chalupová	-	-	-	-	-	-	0	37
	Pavel	Vondráček	-	-	-	-	-	-	0	37
13.	Tomáš	Bajer	7	-	0	-	2	6	15	36
14.	Veronika	Aulichová	-	-	-	-	-	-	0	25
15.	Johana	Koberová	-	-	-	-	-	-	0	17
16.	Tereza	Kotlasová	-	-	-	-	-	-	0	10
17.	Daniel	Smetana	-	-	-	-	-	-	0	7
18.-19.	Barbora	Brabcová	-	-	-	-	-	-	0	5
	Veronika	Neustadtová	-	-	-	-	-	-	0	5
20.	Lucie	Burgetová	-	-	-	-	-	-	0	3
21.-22.	Anna	Gociek	-	-	-	-	-	-	0	2
	David	Nový	-	-	-	-	-	-	0	2

9. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	<i>S</i>	Σ
1.	Anna	Kufová	7	8	5	8	6	6	40	191
2.	Tereza	Tížková	7	8	5	7	0	6	33	119
3.	Adam	Gaura	-	-	-	-	-	-	0	115
4.	Daniel	Pišťák	-	-	-	-	-	-	0	82
5.	Marek	Janka	-	-	-	-	-	-	0	60
6.	Jan	Jedlička	-	-	-	-	-	-	0	31
7.	Matěj	Švanda	-	-	-	-	-	-	0	24
8.	Karolína	Škovronová	-	-	-	-	-	-	0	22
9.-10.	David	Šimon	-	-	-	-	-	-	0	13
	Michal	Štěpán	-	-	-	-	-	-	0	13
11.	Aleš	Lipl	-	-	-	-	-	-	0	10
12.	Daniel	Musil	-	-	-	-	-	-	0	8
13.	Tran	Ngoc Mai	-	-	-	-	-	-	0	4