

KOKOS

23.ročník ★ 1.leták

Milý řešiteli!

Prázdniny utekly jako voda a je pro Tebe nachystán nový ročník KOperníkova KOresponzenčního Semináře – KOKOSu. Jako obvykle Ti přinášíme sadu matematických oříšků doprovázenou napínavým příběhem. Navíc Ti hned v této sérii nabídneme, jako odměnu za Tvou snahu, účast na našem soustředění. Pokud budeš v našem semináři opravdu úspěšný a dosáhneš ve výsledkové listině na medailová místa, dostaneš navíc na konci školního roku pěkné ceny, a to už stojí za to! Chceš poměřit své síly s Tvými vrstevníky z celé republiky? Směle do toho! Nejdříve Ti ale doporučujeme přečíst si pravidla našeho semináře, kterými se každý správný KoKoSák za každých okolností řídí:

- KoKoS je celonárodní matematická korespondenční soutěž pro žáky 6. – 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.
- Ročník je rozdělen do pěti sérií. V každé sérii Ti zašleme leták se zadáním úloh. Ty je vyřešíš a pošleš nám je poštou zpět. My je opravíme, ohodnotíme a zašleme Ti je zase nazpátek spolu se zadáním další série.
- Na řešení máš vždy několik týdnů. Toto je první série, jejíž uzávěrka je **11. října**. Rádi bychom Ti dali více času, ale podzimní soustředění spěchá.
- Jednotlivé příklady piš na papíry formátu A4 nebo A5. **Na každý papír piš řešení pouze jednoho příkladu!** Více příkladů na jednom papíru nám přidává práci a vzhledem k počtu řešitelů se takovými řešeními nemůžeme a nebudeme zabývat!
- U každé úlohy připiš **do levého horního rohu** své jméno, příjmení, **číslo série a úlohy** a navíc i adresu k Tobě do školy nebo domů – podle toho, kam si necháváš zasílat opravená řešení.
- U každého příkladu musíš pečlivě vylíčit postup řešení. Uvedeš-li pouze výsledek nebo nezdůvodníš-li dostatečně své závěry, nemusíme Tvé řešení považovat za kompletní a úplné – zbytečně poté ztrácíš body!

- Do našeho semináře se můžeš přihlásit kdykoliv, i v průběhu. Také nemusíš nutně odeslat všechny série nebo úlohy (i když poté Tě asi ve výsledkové listině předběhnou usilovnější řešitelé). Vždy ale musíš před prvním odesláním řešení (tedy pokud KoKoS řešíš poprvé) **vyplnit internetovou přihlášku!** Tu najdeš na adrese <http://kokos.gmk.cz/prihlaska>. Pokud už jsi se přihlásil loni, přihlášku už nemusíš vyplňovat. Řešeními, která odešleš, aniž by ses řádně přihlásil, se nezabýváme.
- Vyplatí se pravidelně sledovat naše webové stránky <http://kokos.gmk.cz>. Najdeš zde aktuální informace o průběhu soutěže a také diskusní fórum, které můžeš použít, nebudeš-li úloze rozumět, apod. Pokud se v zadání některého příkladu objeví chyba, zveřejňujeme opravy právě na těchto stránkách.
- Pokud Vás bude z jedné školy více řešitelů, bylo by pro Vás i pro nás vhodné, abyste svá řešení posílali jednotně prostřednictvím školy, tzn. v jedné obálce. My Vám poté zašleme opravené úlohy zase zpátky v jedné obálce. Toto není závazná podmínka, ale šetříte sobě i nám práci i peníze. Děkujeme!
- Systém bodování je stejný jako v uplynulém roce. V zadání příkladu vždy nalezněš maximální počet bodů, který za něj můžeš získat. Pokud příklad nedokážeš vyřešit úplně, ale uděláš alespoň nějaký pokrok, přisoudíme Ti odpovídající část bodů. Maximální bodový zisk za jednu sérii je vždy 40 bodů.
- Každý ročník (6. – 9.) má svou vlastní výsledkovou listinu, aby nižší ročníky nebyly znevýhodněny.
- Úspěšným řešitelem KoKoSu se stává ten, kdo alespoň ve třech sériích získá alespoň 25 bodů.

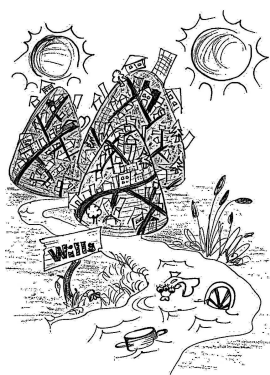
Hodně štěstí a zábavy při řešení Ti přejí Tví organizátoři:
*Marťa, Kuba, Marek, Bára, Janča, Jiřík, Vašek, Ovce, Katka, Eli, Pája,
Michael, Petr, Michal*

Zadání úloh

Jestliže někde ve Vesmíru existuje pevný středobod, pak svět, ve kterém se Billy ocitnul, s ním nechce mít pranic společného. Pěkně si udržuje co možná největší odstup a žije si podle svých specifických pravidel. Vše, co by jinde bylo naprosto nemyšlitelné, se zde stává krutou realitou a vydat se do těchto končin je počin hodný hrdiny se značnými sebevražednými sklony. Zcela zaběhnutá obchodní pravidla zde postrádají smysl a je třeba k tomuto bizarnímu světu přistupovat s náležitou kreativitou. To vše však bylo Billimu utajeno. Málokdo z obyvatel vesnice Willy chtěl mít co dočinění s cestákem počítačové firmy. Ten se trmácel křivolakými uličkami stále výše do kopce a v upocených rukou mu těžkly dva kufry plné vzorků a reklamních brožůrek. Připadalo mu, že již musely uplynout celé hodiny, ne-li dny, od okamžiku, kdy se ocitnul v této nezvyklé lokalitě, která ke všemu nejevila sebemenší záchvěv zájmu o jeho zboží.

Úloha 1. (8 bodů): Napadlo ho, že by se dalo přijít na to, jak dlouho už tu trčí. Vzpomíná si, že když se tu ocitnul, bylo 8:10. Nyní se malá a velká ručička naprosto překrývají a Billy si je jistý, že se tak stalo poprvé. Pomozte mu zjistit jeho dobu pobytu v této vesnici.

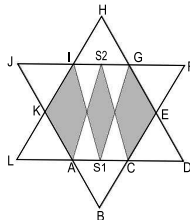
Billy Vista, stálo na firemní vizitce a už samo jméno platilo v lidském světě jako záruka vydařeného obchodu. Jeho schopnost prodat sebenepotřebnější kram lámala rekordy a Billy byl na svůj um náležitě pyšný. Nebylo snad domácnosti, která by odolala tak lákavé nabídce na zcela nový a zaručeně nejlepší osobní počítač s naprosto jednoduchým, čitelným a akceschopným operačním systémem, který zajistí, aby vaše data zůstala v pořádku přesně tam, a v takové podobě, v jaké jste je zanechali... Tato úvodní věta rozhovoru se Billimu vtiskla do tváře tak věrně, že jste ji slyšeli ještě dříve, než ji Billy stačil vůbec vyslovit.



Jenže to co bývávalo ještě nezaručuje to co bude a ve Willy to platí dvojnásob. Na zdejší obyvatele jeho šarm zjevně neplatí, protože se mu za celou dobu nepodařilo z nikoho vymámit alespoň příslib koupě. Celý rozhořčený situací si neustále opakoval, že tento prodej provádí v naprosto neprozkoumané lokalitě, a proto ho nebude zařazovat do svých statistik, aby se mu náhodou a neprávem nepokazilo takové pěkné číslo jako je 100. Ano, neprozkoumaná lokalita to určitě byla, protože v žádném známém koutu Země nejsou na obloze dvě slunce, ale tuto drobnou odchylku Billy na mysl neměl. V obchodní terminologii se za neprozkoumanou lokalitu považuje to místo, ve kterém neproběhla masová reklamní kampaň, předběžný telefonický průzkum, ba ani demagogická studie. Za takových bojových podmínek se ani od velkého Billiho nemohou očekávat zázraky. Nicméně ani racionální zdůvodnění jeho veleněuspěchu mu nedodávalo útěchy, ba ani naděje ve zlepšení tíživé situace. Kdyby tak alespoň jedno z těch protivně žhnoucích sluncí chtělo zalézt za nějaký mrak, a kéž by se tento mrak objevil právě nad Billym.

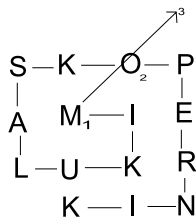
Úloha 2. (5 bodů): Na tom slunci je ale stejně něco divného, říkal si Billy. Vypadalo jako pravidelná šesticípá hvězda se třemi skvrnami uprostřed. Protože ho počítání příkladů uklidňovalo, rozhodl se spočítat obsah skvrn, a proto si slunce načrtl na papír. Namaloval tedy pravidelnou šesticípou hvězdu s obvodem 36cm a její vrcholy označil po řadě písmeny $ABCDEFGHIJKL$ (viz obrázek). Uvnitř hvězdy si všimnul šestiúhelníku $ACEGIK$ a označil střed strany AC jako S_1 a střed strany GI jako S_2 . Pomozte mu zjistit obsah vyšrafovaných čtyřúhelníků.

Realita byla neúprosná, neprodal vůbec nic a co hůře, nikdy se mu nepodařilo dospět ani do přesvědčovací fáze. Jednoduše mu ta mrňavoučká stvořeníčka přibouchla svá ještě pitvornější dvířka rovnou u jeho pat. Postupem času, pokud ovšem ve Willy nějaký čas kdy vůbec byl, opouštěla Billiho jeho klidná rozvaha a neotřesitelná sebedůvěra. Nejdůležitější zboží úspěšného prodavače. Díra, kterou se celý den vláčel, byla postavena na třech strmých pahorcích připomínajících svým tvarem včelí úly. Aby se Billy dostal z jednoho na druhý, musel by překonat téměř kolmé svahy kopce a navíc nechutně smrdutou řeku. Proto se o tak bláznivý počín ani nepokoušel a raději se soustředil na ulici, ve které se právě nacházel. Domky místních byly na sebe velice těsně nalepeny a to nejen v horizontálním, ale i ve vertikálním směru, takže tvořily velice složité trojrozměrné bludiště. Nebylo radno se zbytečně pouštět do temných zákoutí slepých chodeb labyrintu, neboť po takto odvážném činu se vždy ozval již o poznání méně odvážný jakot, který byl vystřídán tíživým tichem. Je vidět, že kriminalita bují i ve Willy, alespoň jeden zachytný bod. Uspořádání ulic lehce mátló Billiho smysl pro orientaci, avšak byl zde ještě jeden podstatný rozdíl oproti standardnímu lidskému městečku. Vše, co vám přišlo do cesty, bylo zmenšeno na velikost batolete, takže jste si zde připadali, jako v domečku pro panenky. Billy měl co dělat, aby nešťastnou náhodou při chůzi nevykopl někomu okno nebo nerozbil výlohu místní samoobsluhy. Pocit méněcennosti pramenící z velkého vzrůstu si všechny stavby vynahrazovaly pestrobarevnou fasádou a potřebou se neustále lesknout.



Úloha 3. (9 bodů): Billy si také všiml, že na všech domech je nakreslen zajímavý hieroglyf. Byl složený z jednoho, stále se opakujícího slova „MIKULASKO-PERNIK“. Takto utvořená řada písmen byla stočena do jakési čtvercové spirály (viz obrázek). Představme si úhlopříčku od počátečního písmena M vedenou do pravého horního rohu. Písmena v takové úhlopříčce můžeme po řadě označit 1, 2, 3, ...2010 (viz obrázek). Jaké písmeno bude pod číslem 2010?

Také se pravidelně stávalo, že Billiho oslepil odlesk z cinglátek rozvěšených v pravidelných rozstupech podél všech hromosvodů, jakoby snad právě ony chránily dům před úderem blesku. Bylo krajně nepříjemné neustále mhouřit oči, ale co jiného nebohému obchodnímu zástupci zbývalo. Připadal si jako krátkozraký krtek, který šmátraje rukama v soustředných kruzích rozeznává okolní krajinu. Mohlo by se zdát, že těch zvláštností by mohlo být na podobně malou vesnici až až, ale nebylo tomu tak. O opaku se Billy přesvědčil,



jakmile mu jeden z místních otevřel svá dvířka a umožnil mu tak bližší pohled na obyvatele zdejších ulic.

Dalo by se očekávat, že budou podle místní módy také zmenšeni na čtvrtinovou výšku, ale pohled, který se Billimu naskytl, mu doslova vyrazil dech. A to jen tak pro připomenutí, Billy už za svou kariéru viděl lečjaké domácnosti. Zelená barva, podobající se shnilému močálu těsně před bodem sebezhroutení, rašila jakožto nepravidelně vlnité vlasy ze skřetovy hlavy a končila těsně pod kolenní jamkou. Jestliže člověk neztratil při tomto pohledu veškerou životní sílu, a dokonce nalezl zbyteček odvahy k tomu posunout svůj zrak o půl palce níže, naskytnul se mu pohled na docela roztomilé oči ve tvaru trojúhelníků. Stačilo si odmyslet, že očka byla orámována hned dvěma sadami horních i spodních víček, a mohli jste směle označit tato kukadla za něco, co by se při troše fantazie dalo použít jako vstupní orgán pro vizuální vjemy.



Úloha 4. (7 bodů): Všiml si, že v každém oku jsou dvě zorničky a zajímalo ho, jestli jsou stejně velké. V duchu si tedy představil náčrt jednoho trojúhelníkového oka. Vrcholy si označil písmeny ABC , střed strany AB jako X , střed strany BC jako Y a těžiště trojúhelníku ABC jako T . Zamyslel se, a přišel na to, že trojúhelníky AXT a CYT , které představují dvě zorničky, mají různé obsahy. Má pravdu (zdůvodněte)?

Na zjevu tohoto tvora by se dalo krásně demonstrovat, jak musí být každý správný obchodní cestující přízpůsobivý. Billy se ve vteřině adaptoval na nezvyklou vizáž obličeje svého potenciálního zákazníka a docela zalitoval toho, že neprodává kosmetické výrobky. Ježíš, to by byl kauf, než by se mi podařilo z této zrudky vytvořit stvoření, které by vás alespoň nestrašilo v nočních můrách. Přesně tato větička bleskla hlavou Billimu přesně v okamžiku, kdy si prohlížel dozajista velice zajímavě tvarovaná ústa pána domu. Níže již Billy ve svém zkoumání raději nezabrousil. Ona se mu ani nenaskytlá příležitost ve svém pozorování pokračovat, protože to udělalo buch a dveře se nenávratně zaklaply. Billy automaticky předpokládal, že na prahu domu svého nového zákazníka stojí jako vždy s decentním úsměvem na rtech, pevným pohledem v očích a s napřaženou rukou k pozdravu. To, že se někde stala chyba, si uvědomil až ve chvíli, kdy mu díky slinám odkapávajícím z jeho doširoka otevřených úst promokla ponožka. Vizuální kontakt se zákazníkem však musel zvládnout na výbornou, protože obraz tvora se mu tak dokonale vypálil do sítnice, že ještě notnou chvíli zíral na přibouchnuté dveře v domnění, že jeho zákazník stále stojí před jeho koleny. V takové situaci snad můžeme opomenout naprosto zanedbatelný detail, jako je jeho výhrůžně zvednutá ruka připravená k bezprostřední obraně. Řekněme, že právě v tomto okamžiku si Billiho podvědomí začalo nejspíše připouštět, že štace do Willy byla přímo kardinální blbost. Než se však tato nasmělá myšlenka uvolnila z pevného sevření Billiho odhodlanosti, vláčel se obchodníček k dalšímu domu s přesvědčením, že tentokrát se dokáže lépe prezentovat. Nadhodil si kufry v ruce a vydal se směle dál vesnicí. Ze strategických důvodů nezaklepal hned na

vedlejší dveře, co kdyby soused viděl jeho předešlý trapný pokus o kontakt a namířil si to o hezkých pár bloků dále na východ.

Úloha 5. (6 bodů): Cestou počítal domy, kolem kterých prošel. Vyšlo mu pěti-ciferné číslo, které neobsahuje cifry 0 a 1, ale určitě obsahuje právě jednu cifru 6, a je v něm právě sudý počet sudých číslic. Druhá až čtvrtá cifra jsou menší než 4 a v čísle existují právě dvě dvojice sousedících stejných číslic. Čtvrtá cifra udává kolik je v čísle dvojek. Kolem kolika domů prošel?

Nebyl jediný, kdo byl z nečekané konfrontace pěkně vyděšený. Mužiček sice na první pohled vypadal jako šeredná příšera z močálů, avšak jeho psychika byla již delší dobu podrobována těžkým zkouškám rozmarů počasí zdejší atmosféry. Nesnášel období sucha, které ve Willy trvalo skoro nepřetržitě, a slintající Billy mu bolestivě připomněl, jak miluje ranní rosu padající do jeho hustých vlasů. Roztrpčen se proto odebral do svých komnat zpívat Rusalčiny árie své měňavce jménem Alfred.

Úloha 6. (5 bodů): Koupil si ji před 24 hodinami. Čekalo ho však nemilé překvapení. Místo jednoho Alfreda jich našel plné akvárium a vzpomněl si, co mu říkal prodavač. Každých 10 minut u Alfreda nastane buněčné dělení, díky kterému se z něj stanou 3 zcela identičtí Alfredové, kteří se po deseti minutách také buněčně rozdělí. Takto to pokračuje každých 10 minut. Jaký počet Alfredů má nyní v akváriu? A před jakou dobou tam byla právě jedna devítina z nynějšího počtu Alfredů?



Cestou k dalšímu zákazníkovi se Billimu naskytla pěkná příležitost promyslet si svou obchodní strategii a začal se pomalu obávat toho, jak málo informací o místních stvořeních má. Co když jim připadám stejně podivný, jako oni připadají mě. To byla první myšlenka, kterou Billy zavrhl hned v zárodku, protože i když už se týden neholil, nic nemůže vypadat tak hrůzostrašně, jako onen zelený mužiček. Ne, takto to fungovat nebude. Možná jsem na zdejší poměry malinko většího vzrůstu a rozhodně nepáchnu tak charakteristickým smradem, jako zdejší populace, ale v jádru jsem sympatický mladík a to vždycky působilo kladně na paní domu všech věků. Není důvod, proč by to v této zpropadené vesnici mělo být zařízeno jinak. Jednoduše se budu chovat jako by se nechumelilo a hned u dalších dveří prodám nejméně jeden počítač anebo jim pro jistotu zřídím malou domácí síť. Tak pevně bylo Billiho odhodlání těsně před tím, než zaklepal na

nejbližší dveře, které mu zkrížily cestu.

Řešení úloh 1. série pošlete do 11.10.2010 na známou adresu:

KoKoS
Gymnázium Mikuláše Koperníka
17. listopadu 526

743 11 Bílovec

Podzimní soustředění

Milý řešiteli, abychom Ti ještě více přiblížili náš korespondenční seminář KoKoS a zároveň ocenili Tvou snahu, připravujeme pro Tebe (a další řešitele) podzimní soustředění! Jedná se o 6 dnů vyplněných zábavou, hrami, a také přednáškami o zajímavých zákoutích matematiky, kam jsi třeba ještě nikdy nezabloudil.

Ve dnech 26. října – 31. října (podzimní prázdniny) na tebe čeká nabitý program a spousta nových přátel ze semináře. Soustředění se již tradičně koná v budově Domova mládeže při Gymnáziu Mikuláše Koperníka v Bílovci, a to pod pedagogickým dohledem za organizace studentů gymnázia.

Cena, pro letošek stanovená na 500 Kč, zahrnuje veškerý program včetně stravy a ubytování. Pokud máš jakékoliv otázky, neváhej se obrátit na náš email *gmkkokos@seznam.cz*, kde Ti rádi všechno vysvětlíme. Pokud je Ti vše jasné, vyplň naši internetovou přihlášku, kterou najdeš na <http://kokos.gmk.cz/soustredeni-prihlaska>. Poté, co ji obdržíme, Ti do několika dnů zašleme email s podrobnými informacemi. Těšíme se na Tebe!

Organizátoři