KOKOS

25.ročník ⋆ **3.leták**

Milý řešiteli!

Právě Ti přinášíme první sérii v novém roce a spolu s ní také pozvánku na **jarní soustředění**. Na co se můžeš těšit? Především na 5 dnů zábavy se skvělými kamarády ze všech koutů naší republiky. Přichystané pro tebe máme zajímavé přednášky z matematiky, fyziky a astronomie, které si sám vybereš podle tvého zájmu. Zavítáme také do chemické laboratoře a vyzkoušíme si zajímavé pokusy. Samozřejmě vyrazíme i do přírody a uděláme si menší výlet po okolí. Především však budeme relaxovat, ale to možná co nejakčněji!

Soustředění proběhne ve dnech 27.března — 31.března o velikonočních prázdninách. Již tradičně se bude konat v budově Domova mládeže při Gymnáziu Mikuláše Koperníka v Bílovci pod pedagogickým dohledem za organizace studentů gymnázia.

Cena, pro tento rok stanovená na 300 Kč, zahrnuje veškerý program včetně stravy a ubytování. Pokud máš jakékoli dotazy, neváhej se obrátit na náš email gmkkokos@seznam.cz, kde Ti rádi všechno vysvětlíme. Pokud je Ti vše jasné, pak neváhej a vyplň přihlášku, kterou najdeš na http://kokos.gmk.cz/soustredeni-prihlaska. Poté, co ji obdržíme, Ti do několika dnů zašleme email s podrobnými informacemi.

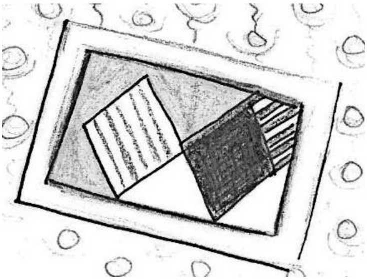
Zadání úloh

Byla právě sobota a Zita s Františkem byli doma úplně sami. Jejich rodiče odjeli na celý týden na jakýsi pracovní pobyt a na jejich děti zatím měla dohlížet babička.

František a Zita seděli v obývacím pokoji a krátili si dlouhou chvíli sledováním filmu, který si Zita pouštěla snad už po dvacáté.

Úloha 1. (8 bodů): Sledování filmu jí tentokrát zabralo 135 minut. Ve scénách, kde nevystupovala Zitina oblíbená postava, upravila rychlost promítání tak, že se jejich délka zkrátila o pět procent. Ve scénách, které byly nudné, a navíc nejvíc bez jejího oblíbeného hrdiny, upravila Zita rychlost promítání tak, že se jejich délka zkrátila o deset procent. Ve filmu tvořily scény s jejím oblíbeným hrdinou 4/7 celkového času. Scén zrychlených o 10% bylo 2x více, než těch zrychlených o 5%. Jaká byla původní délka filmu a kolik času Zita ušetřila?

„Musíš to pořád přetáčet?“ utrhl se na sestru po chvíli František, „Rád bych ten film viděl celý.“ „Stejně tady za chvíli bude babička s nákupem a musíme jí přece pomoct s obědem.“ opáčila Zita.



Františka v tu chvíli napadlo, jak se skvěle zabavit. „Půjčím si oblek neviditelnosti, můžu?“ „Teď to není dobrý nápad“ namítla jeho sestra. „Babička tu bude každou chvíli a…“ František už ji ale neposlouchal. Odběhl nahoru, zatímco se mu hlavou honily nejrůznější nápady, co všechno může podniknout, až bude neviditelný.

Zita chtěla Františka zastavit, už to však nestihla. „Vrátím se za chvíli“ řekl hlas jejího bratra odněkud z chodby, pak se ozvalo klapnutí domovních dveří. Že tamtudy František prošel, dokazoval jen houpající se obraz pověšený na stěně v předsíni.

Úloha 2. (5 bodů): Obraz byl abstraktní a Zitě se odjakživa moc nelíbil. Byl na něm kosočtverec, který si označíme $ABCD$, kde vnitřní úhel při vrcholu D je $120°$. Kosočtverec byl zobrazen ve středové souměrnosti podle bodu D na kosočtverec $A'B'C'D'$. Vypočti obsah průniku těchto dvou kosočtverců s kružnicí se středem v bodě C a poloměrem AB.

František prošel brankou a zamířil do města. Byl to prazvláštní pocit – míjet lidi, kteří ho nemohli vidět a procházeli kolem něj bez povšimnutí. Když se podíval na zem pod sebe, neviděl nic jiného, než čerstvě vydlážděný chodník.

Úloha 3. (6 bodů): Na chodníku se stále opakoval neobvyklý vzor. Do čtverce, který si označíme $ABCD$, byly vždy vepsány dvě kružnice, které se navzájem dotýkaly. Kružnice k o poloměru 17 cm se dotýkala stran AD, DC. Kružnice l o poloměru 8 cm se dotýkala stran BC, CD. Určete velikost strany čtverce a vzdálenost středů kružnic od bodu A.

Za chvíli František zpozoroval skupinku kluků přibližně jeho věku, kteří si vykračovali po chodníku směrem k náměstí. Tiše se přiblížil k jednomu z nich a přetáhl mu čepici přes oči. Chlapec překvapeně vykřikl a šmátral rukama kolem sebe. Ostatní se překvapeně rozhlíželi na všechny strany, nikoho však neviděli, takže byli dost zmatení. František se tiše zasmál a pak poklepal jednomu z chlapců na rameno. Chtěl rychle ucuknout, ale uklouzl přitom a praštil sebou na zem do bláta.

Chlapci ho sice neviděli, slyšeli však nějakou ránu a jejich pohledy směřovaly přesně tím směrem, kde se právě nacházel František. Ten na nic nečekal, zvedl se a chtěl se nenápadně vzdálit, ale vtom málem vykřikl zděšením. Na obleku zůstala skvrna od bláta, která šla dobře vidět a teď se sama pohybovala ve vzduchu! František se dal do běhu. Chlapci si hned všimli, že něco není v pořádku, protože se dali do křiku a jeden přes druhého ukazovali na šedohnědou skvrnu. Vzápětí se pustili za Františkem.

František zabočil do postranní uličky, zahnul do vchodu nějakého domu a rychle ze sebe oblek sundal. Spěšně ho schoval pod bundu a vyrazil pryč. Kluci ho zpozorovali a utíkali za ním, zatímco na něj volali, aby zastavil. Ani nevěděl, jak se ocitl na náměstí, probíhal mezi stánky, aby setřásl své pronásledovatele. Ohlédl se za sebe a vtom do něčeho prudce narazil, slyšel řinčení rozbíjeného skla, rozčilený křik prodavače, a mnoho dalších zvuků...

Zita seděla ve svém pokoji nad sešitem z matematiky. Dělala si starosti, jestli se František vrátí včas k obědu, a co řekne babičce, až přijde. Snažila se přemýšlet nad příkladem v sešitě, ale protože se nebyla schopna soustředit, dělalo jí to velké potíže.

Úloha 4. (7 bodů): Najdi čísla a, b, c, d, platí-li:

$$a + b + 2c = 19,$$
$$b + 2c + d = 17,$$

a dále víme, že nejmenší společný násobek a, b, c, d, je 36 a jejich součet je 18.

Druhá úloha nebyla o nic jednodušší. Zita si povzdychla, začínalo se jí z těch čísel dělat špatně.

Úloha 5. (6 bodů): Jaký je ciferný součet čísla $25^{64} \cdot 32^{25}$?

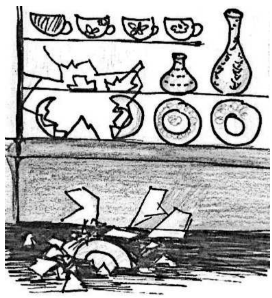
Zita sebou náhle trhla, když uslyšela zacinkat zvonek. František je zpátky! Seběhla ke dveřím, ale nebyl to František, komu otevřela. „Jé ahoj babi. Ty už jsi tady?“

Zita pomohla babičce s vybalením nákupu. Modlila se, aby se babička nezačala shánět po Františkovi a v duchu si vymýšlela nejrůznější výmluvy, proč tady její bratr není. Začínala z toho být docela nervózní. Všechno jí padalo, a když ji babička poprosila, aby jí udělala kávu, rozsypala Zita na podlahu kostky cukru.

Úloha 6. (8 bodů): Kolika různými způsoby můžeme obarvit stěny kostky cukru třemi různými barvami tak, aby každá stěna byla obarvená? Obarvení, která jsou po otočení kostky stejná, uvažujeme jako jeden způsob.

„Co se stalo, že se ti dneska tak třepou ruce, Zito?“ zeptala se babička. „A kde je vůbec František?“

Kdyby babička věděla, kde je František, a co právě udělal, nejspíš by na svého vnuka nebyla zrovna hrdá. Ten hleděl do země s provinilým výrazem, zatímco kolem stánku s porcelánem se už shromáždil hlouček lidí. „Jak já k tomu teď přijdu?! Kdo mi to zaplatí?“ vykřikoval prodavač a pokoušel se dávat dohromady kusy rozbitého porcelánu, všude kolem. „Nemůžeš se dívat, kam utíkáš, kluku nevychovaný?!“ František něco zamumlal a nepřestával pozorovat špičky svých bot. Nevěděl, co má dělat a bál se, co bude dál.



Prodavač ještě chvíli nadával a počítal rozbité vázy a šálky. Zřejmě se dopočítal vysokého čísla, protože se obrátil k Františkovi, aby mu nadiktoval jméno a telefon na jeho rodiče. „Ne, to nesmíte! Hlavně nevolejte mým rodičům.“

„Všechno vám zaplatím, slibuju.“ Prodavač se zamračil. „A kdy mi ty peníze přineseš?“ „Do tří dnů,“ řekl rychle František, přestože v žádném případě netušil, kde sežene tak rychle tři tisíce. Prodavač nakonec neochotně souhlasil, napsal si však Františkovu adresu a pak ho konečně propustil.

Zita babičce ani nemusela odpovídat na tu nepříjemnou otázku, protože František se v tu chvíli konečně objevil. Pozdravil se s babičkou, řekl cosi o tom, že byl koupit něco do školy a odebral se do svého pokoje. Zita s babičkou si nemohly nevšimnout, že byl v obličeji bledý a vypadal velice ustaraně. „Copak se Františkovi stalo?“ zajímala se babička. „To nevím“ odpověděla Zita. „Nejspíš mu zrovna není dobře.“

V tom měla vlastně pravdu.

Řešení úloh 3. série posílejte do ***24.3.2013*** *na známou adresu:*

KoKoS
Gymnázium Mikuláše Koperníka
17. listopadu 526
743 01 Bílovec

Autorská řešení 1. série

Úloha 1.

Zkusíme-li postupně dosazovat, dostáváme

$$
\begin{aligned}
1! &= 1 = 1^2 \\
1! + 2! &= 3 \\
1! + 2! + 3! &= 9 = 3^2 \\
1! + 2! + 3! + 4! &= 33 \\
1! + 2! + 3! + 4! + 5! &= 153 \\
1! + 2! + 3! + 4! + 5! + 6! &= 873.
\end{aligned}
$$

Zadání zatím vyhovuje jen pro $n = 1$ a $n = 3$. Zdá se, že od $n = 4$ je poslední číslice jednotlivých součtů vždy 3. Proč? Pro $k \geq 5$ už všechny hodnoty $k!$ mají poslední číslici nula (vyskytuje se zde vždy součin $2 \cdot 5$), tudíž součet řady, kde $n \geq 5$, bude vždy končit číslicí 3. Druhá mocnina každého přirozeného čísla nikdy nekončí číslicí 3, a proto jako výsledek vyhovují jen $n_1 = 1$ a $n_2 = 3$.

Péťa

Úloha 2.

Uvažujme trojúhelník ABS, kde A, B jsou sousední vrcholy mnohoúhelníku a S je střed mnohoúhelníku. Mnohoúhelník je pravidelný, proto má něco, co můžeme nazvat středem a taky víme, že trojúhelník ABS je rovnoramenný se základnou AB. Úhly SAB a ABS mají tudíž stejnou velikost, a sice $\frac{162^\circ}{2} = 81^\circ$. Víme, že součet vnitřních úhlů trojúhelníku je vždy roven 180°. Z toho vyplývá, že úhel ASB má velikost $180^\circ - 2 \cdot 81^\circ = 18^\circ$. I úhly BSC, CSD atd. mají všechny velikost 18°. Těchto troúhelníků nalezneme stejný počet, jako je počet stran mnohoúhelníku.

$$
\begin{aligned}
ASB &= 18^\circ \\
ASC &= 2 \cdot 18^\circ \\
ASD &= 3 \cdot 18^\circ \\
&\vdots \\
ASA(\text{plný úhel}) &= 20 \cdot 18^\circ = 360^\circ
\end{aligned}
$$

Správnou odpovědí je tedy dvacetiúhelník.

Vasil

Úloha 3.

Víme, že kdyby bylo bílých medvídků o 10 víc (to znamená celkový počet medvídků + 10), červení by tvořili 10%, zatímco teď tvoří 12%. Můžeme to zapsat dvěma rovnicemi:

$$\frac{x+10}{100}\cdot 10\% = \check{\mathrm{C}},$$
$$\frac{x}{100}\cdot 12\% = \check{\mathrm{C}},$$

kde x je celkový počet medvídků, Č je počet červených medvídků. Porovnáním těchto rovnic získáváme

$$\frac{x+10}{100}\cdot 10\% = \frac{x}{100}\cdot 12\%.$$

Zjišťujeme, že celkový počet všech medvídků x je 50. Víme, že 12% z padesáti je 6, což je počet červených medvídků.

Dále víme, že pokud by bílých bylo o 10 míň, tedy 40, tvořili by zelení o 5% více. Dostáváme rovnici

$$\frac{50}{100}\cdot y\% = \frac{50-10}{100}\cdot (y+5)\%,$$

kde y je počet zelených medvídků. Vyřešením zjistíme, že zelení medvídci nyní tvoří 20 % z padesáti, což je 10 medvídků.

Žlutých je o čtyři více než oranžových a zároveň o dva méně než bílých. Můžeme to zapsat jako

$$\mathrm{O} = \check{\mathrm{Z}} - 4,$$
$$\mathrm{B} = \check{\mathrm{Z}} + 2.$$

Do rovnice

$$\check{\mathrm{Z}} + \mathrm{O} + \mathrm{B} = 34$$

dosadíme předchozí dva vztahy, takže dostaneme

$$\check{\mathrm{Z}} + \check{\mathrm{Z}} - 4 + \check{\mathrm{Z}} + 2 = 34.$$

Z této rovnice vypočteme, že $\check{\mathrm{Z}} = 12$. Nakonec dopočítáme počet bílých medvídků ($\check{\mathrm{Z}} + 2 = 14$) a oranžových medvídků ($\check{\mathrm{Z}} - 4 = 8$).

Terka

Úloha 4.
Ujasněme si:

- Největší možný ciferný součet dvojmístného čísla: $99 \Rightarrow 9 + 9 = 18$.
- Nejmenší možný ciferný součet dvojmístného čísla: $10 \Rightarrow 1 + 0 = 1$.

Druhá mocnina ciferného součtu má být dělitelná třemi, z čehož plyne, že i samotný ciferný součet musí být dělitelný třemi.

V úvahu tak připadají možnosti ciferných součtů (ohraničeny podmínkami maxima a minima) 18, 15, 12, 9, 6, 3.

Jejich druhé mocniny jsou po řadě 324, 225, 144, 81, 36, 9.

Jejich druhé mocniny po vydělení třemi 108, 73, 48, 27, 12, 3.

Jim odpovídající ciferné součty 9, 10, 12, 9, 3, 3.

Nyní porovnáváme první a poslední řádek a hledáme shody. Takové nalézáme tři – 12, 9 a 3.

Nalezli jsme tedy tři shody, kterým odpovídají výsledkem čísla druhých mocnin po vydělení třemi 48, 27 a 3. Číslo 3 však musíme vyřadit, neboť se nejedná o dvojmístné číslo.

Zadání tedy vyhovují pouze čísla 48 a 27.

Anička

Úloha 5.

Jelikož u rovnostranného trojúhelníku jsou všechny jeho vnitřní úhly rovny 60° a jeho vrcholy jsou shodné se středy kružnic platí, že každá kruhová výseč bude rovna jedné šestině obsahu kruhu. Máme-li 3 kruhové výseče, pak bude jejich obsah roven polovině obsahu kruhu.

$$S_1 = \frac{\pi r^2}{2}$$
$$r = \frac{a}{2}$$

Tento obsah odečteme od obsahu trojúhelníku, který vypočteme jako polovinu součinu jeho základny a výšky – výšku určíme pomocí Pythagorovy věty.

$$S_2 = \frac{a\sqrt{a^2 - a^2/4}}{2}$$
$$S = \frac{a\sqrt{a^2 - a^2/4}}{2} - \frac{\pi r^2}{2}$$
$$S = 6\sqrt{36 - 9}$$
$$S = 1,458 \mathrm{dm}^2$$

Hledaný obsah se tak rovná $1,458\mathrm{dm}^2$.

Jirka

Úloha 6.

Řada může obsahovat čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Každé číslo řady, kromě prvního, tedy sedmičky, dělí součet všech předchozích čísel snížený o 1. To znamená, že poslední číslo dělí součet všech ostatních čísel snížený o 1.
Součet všech čísel 1 až 7 je 28, snížený o 1 … 27. Můžeme lehce zjistit, která čísla mohou být poslední:

Posledním číslem 1 … 1 dělí 26 – ano
Posledním číslem 2 … 2 dělí 25 – ne
Posledním číslem 3 … 3 dělí 24 – ano
Posledním číslem 4 … 4 dělí 23 – ne
Posledním číslem 5 … 5 dělí 22 – ne
Posledním číslem 6 … 6 dělí 21 – ne

Víme která čísla mohou být poslední, nyní stačí ukázat, že takovéto řady existují.
Začínáme 7. Číslo 1 nebo 3 musíme použít na konci:

7 – 1 – další člen nelze přidat
7 – 3 – další člen nelze přidat
7 – 2 – 4 – 6 – další člen nelze přidat
7 – 6 – 1 – další člen nelze přidat
7 – 6 – 2 – 1 – 3 – další člen nelze přidat
7 – 6 – 2 – 1 – 5 – 4 – 3
7 – 6 – 3 – 1 – 2 – další člen nelze přidat
7 – 6 – 3 – 1 – byla použita obě čísla, která mohla být na konci
7 – 6 – 3 – 5 – 4 – 1 – byla použita obě čísla, která mohla být na konci
7 – 6 – 3 – 5 – 4 – 2 – 1

Katka

Rovnice vyšších stupňů

Hornerovo schéma

V tomto PiRoHu se budeme věnovat poměrně šikovné metodě, pomocí které lze docela snadno „odhadnout“ kořeny rovnice vyšších stupňů. Nebudeme zde ovšem zdůvodňovat funkčnost této metody, protože důkaz je vcelku složitý.

Celý postup si budeme demonstrovat na rovnici

$$x^4 - 2x^3 - 37x^2 - 10x + 168 = 0.$$

Zaměřme se nejprve na koeficienty prvního a posledního členu a zjišťujme, jaké mají dělitele.

Absolutní člen s hodnotou 168 má dělitele (označme je jako p) 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 14, 21, 24, 28, 42, 56, 84 a 168, první člen má pouze jednoho dělitele – 1 (označme jej jako q).

Nyní budeme uvažovat zlomek ve tvaru $\pm\frac{p}{q}$ a všechny jeho možné hodnoty, v našem případě tedy konkrétně $\pm(1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 14, 21, 24, 28, 42, 56, 84$ a $168)$.

Dále si vytvoříme tabulku, do jejíhož záhlaví si napíšeme koeficienty u jednotlivých členů, které musí(!) být seřazeny od největšího exponentu k nejmenšímu. Do schématu musí být zahrnuty všechny koeficienty u všech mocnin menších než je nejvyšší mocnina a koeficient u nejvyšší mocniny. Rovněž musíme napsat i koeficienty 0, tj. koeficienty u členů, které v rovnici nejsou napsány. Pro náš případ vytvoříme následující tabulku.

	1	-2	-37	-10	168

Jak jste si jistě všimli, 1 patří k čtvrté mocnině, -2 ke třetí, -37 ke druhé, -10 k první mocnině a 168 je absolutní člen.

Postupovat nyní budeme tak, že do 1. sloupce začneme postupně vypisovat jednotlivé hodnoty zlomku $\frac{p}{q}$.

x	1	-2	-37	-10	168	
1	1	(1·1+(-2))=-1	(-1·1-37)=-38	(-38·1-10)=-48	(-48·1+168)=120	$x_1 \neq 1$

Tabulku vyplňujeme tak, že 2. sloupec **vždy opíšeme**, dále do třetího sloupce napíšeme součet záhlaví 3. sloupce a součinu x s hodnotou v předchozí buňce řádku, tak jak je to ukázáno v tabulce výše. Cílem našeho snažení je docílit toho, abychom v poslední buňce řádku získali 0. Pokud se tak stane, našli jsme jeden kořen rovnice. Tento postup můžeme několikrát opakovat, zkoušet další a další hodnoty zlomku $\frac{p}{q}$, nicméně místo toho, abychom pracovali s původními koeficienty, pracujeme s koeficienty které nám „zbyly“ v řádku, který vedl ke kořeni, tak, jak je ukázáno následovně.

x	1	-2	-37	-10	168	
1	1	-1	-38	-48	120	$x_1 \neq 1$
2	1	(1 · 2+(-2))=0	(0·2-37)=-37	(-37·2-10)=-84	(-84·2+168)=0	$x_1 = 2$
7	1	7+0=7	(-37+7·7)=12	(7·12-84)=0	$x_2 = 7$	

Další z věcí, kterou nám Hornerovo schéma prozradí, jsou koeficienty rovnice poté, co odhalíme kořen – stupeň rovnice se o 1 sníží a koeficienty, které máme napsané v řádku, odpovídají koeficientům „nové“ rovnice.

x	1	-2	-37	-10	168	
2	1	(1 · 2+(-2))=0	(0 · 2-37)=-37	(-37·2-10)=-84	(-84·2+168)=0	$x_1 = 2$

Chceme-li tedy napsat celou rovnici znovu, tentokrát již však se známým jedním kořenem, postupujeme tak, že si nejprve vytvoříme dvě závorky. Do té první napíšeme $x - x_1$ (x_1 je námi zjištěný kořen), do druhé závorky pak koeficienty k x a jejich mocniny snížené o jedna. V našem případě bychom dostali

$$0 = (x - 2)(x^3 - 37x - 84).$$

Poznámka: Z Hornerova schématu jsme dostali dva kořeny této rovnice. Pokud vezmeme v potaz, kolik jiných možností zlomku $\frac{p}{q}$ máme, tak pokud známe jiný způsob, jak rozkládat jinak je ve většině případů velmi výhodné opustit Hornerovo schéma a rozkládat rovnici jinak - je určitě výhodnější "dorozložit" zbylý trojčlen $(x^2 + 7x + 12)$ pomocí Vietových vztahů. Víme, že $c = 12$, $b = 7$ a diskriminant kvadratické rovnice je kladný, tudíž rozklad je možný a rovnice poté bude ve tvaru $(x_1 + l) * (x_2 + m) = 0$, z Vietových vztahů $c = l * m$, $b = l + m$. Toto je splněno pro $(l, m) = (3, 4)$. Tudíž $x_3 = -3, x_4 = -4$. Nyní jsme zjistili všechny kořeny kvadratické rovnice - $K = -4, -3, 2, 7$ a vstupní rovnici rovněž můžeme přepsat do tvaru -$(x + 4) \cdot (x + 3) \cdot (x - 2) \cdot (x - 7) = 0$.

Katka a Honza

Výsledkové listiny

Tady najdete jen několik nejlepších řešitelů, pro úplné výsledkové listiny se podívejte na naše internetové stránky.

6. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Tereza	Zelená	-	6	-	-	-	8	14	20

7. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Klára	Mořkovská	4	6	6	4	5	8	33	64
2.	Matouš	Petřík	-	-	-	-	-	-	0	31

8. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Jan	Preiss	5	6	9	7	5	8	40	72
2.	Bára	Tížková	-	6	-	7	5	8	26	58
3.	Adéla	Hanková	3	6	-	6	5	8	28	51
4.	Berenika	Čermáková	-	-	9	-	-	-	9	49
5.	Jan	Havelka	7	6	9	4	5	8	39	45
6.-7.	Dominik	Vrba	3	6	0	6	4	8	27	43
	Kateřina	Zástěrová	4	6	-	7	4	4	25	43
8.	Michal	Kresta	3	6	-	5	5	0	19	19
9.	David	Vranešic	-	-	-	-	5	-	5	17
10.	Lukáš	Nohejl	-	-	-	-	5	-	5	8
11.	Eliška	Mrhová	-	-	-	-	-	-	0	3

9. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Alžběta	Maleňáková	7	6	9	7	5	8	42	79
2.	Eliška	Červenková	7	6	8	7	5	8	41	78
3.	Adam	Poloček	2	6	9	7	4	8	36	65
4.	Damian	Waloszek	-	-	9	-	-	-	9	49
5.-6.	Martin	Karlík	-	6	9	1	5	-	21	47
	Filip	Oplt	-	6	-	-	5	-	11	47
7.	Tomáš	Nguyen	-	6	-	-	5	-	11	43
8.	Markéta	Machalová	-	6	-	5	5	0	16	34
9.	Tomáš	Bajer	-	-	-	-	-	-	0	17
10.-11.	Anežka	Salátová	-	-	-	-	-	-	0	9
	Anežka	Salátová	-	-	-	-	-	-	0	9
12.	Johana	Koberová	-	-	-	-	4	-	4	4