



# KOKOS

26.ročník \* 5.leták

Milý řešiteli, dostává se Ti do rukou poslední série 26. ročníku KoKoSu. Najdeš zde závěrečnou část příběhu, autorská řešení předchází série a všemi očekávanou výsledkovou listinu, kde se dozvíš, jak ses umístil v celkovém pořadí všech řešitelů. Pokud nevidíš své jméno na medailových příčkách, nezoufej, příští rok, nejsi-li v 9. třídě, to můžeš zkusit znovu.

Letos je to od nás organizátorů vše. Prázdniny jsou za dveřmi, a proto doufáme, že si je pořádně užiješ a následující rok se znovu pustíš do řešení dalších a dalších sérií KOKOSu

Ahoj v příštím školním roce plném matematických záhad

*Organizátoři*

BLAHOPŘEJEME **Tereze Tížkové**, která se se svými 141 body stává nejspěšnější řešitelkou letošního ročníku. Těsně za ní se umístil **Jiří Vala** se 137 body, třetí místo obsadil **Jan Kačenka** se 118 body.

Blahopřejeme i jednotlivým vítězům ve svých kategoriích:

	1. místo	2. místo	3. místo
9.ročník	Bára Tížková	Jiří Vala	Denisa Chytilová
8.ročník	Klára Mořkovská	Luboš Bartík	Thea Kratochvílová
7.ročník	Jan Kačenka	Jana Kolenovská	Teraza Zelená
6.ročník	Natálie Maleňáková	Vilém Jankovský	Karolína Štorchová

## Závěrečná část příběhu

Lenka absolutně neměla tušení, co dělat. I kdyby se jí nějakým způsobem podařilo se kouzelné kalkulačky znovu zmocnit, neměla tušení, jak zní správný kód na cestu domů. Protože ale neměla zrovna chuť zabývat se nejistou budoucností, rozhodla se, že ze všeho nejdříve musí získat kalkulačku zpět za každou cenu.

Právě, když se chtěla pustit do vymýšlení nějakého geniálního plánu, však Lenka zaznamenala, že prodáváč ze stánku, který celou dobu nenápadně sledovala pohledem, kalkulačku zrovna prodává nějaké starší dámě s velkým kloboukem. Když dáma zaplatila a vydala se směrem pryč, Lenka si v návalu paniky uvědomila, že musí co nejrychleji jednat. Rozběhla se za starou paní, v mžiku jí za běhu vytrhla kalkulačku z ruky a pak utíkala co nejrychleji pryč.

To už se na náměstí strhl poplach, který vyvolal prodavač, kterému se nelíbilo, že někdo okradl jeho zákazníka. Lenku teď pronásledovala početná skupinka lidí nejrůznější výšky a věku. Věděla, že jediná její šance je utéct. Zamířila k jednomu z rohů náměstí a vběhla do úzké postranní uličky, která ji, jak doufala, vyvede ven z města.

Lenka se nemýlila, městské uličky se zakrátko změnilly v neupravenou polní cestu lemovanou jehličnatými stromy a Lenčini pronásledovatelé zůstali daleko za ní. Lenka si ještě nebyla úplně jistá, že je opravdu setřásla, a tak se ukryla hlouběji v lese, kde rostly stromy blíž u sebe a nebylo tu tolik světla. Posadila se na nedaleký pařez, aby si trochu odpočinula. Kalkulačku sice měla, ale nevěděla, co si počít dál a tak tam dlouhou chvíli jen tak seděla a přemýšlela.

Po několika minutách se Lence začalo zdát, že slyší zvláštní zvuky, jakoby několik stovek nohou naráz cupitalo čím dál blíž a blíž. Lenka se prudce ohlédla a spatřila celý houf velikých černých brouků, se kterými se už jednou setkala. Pohybovali se rychle směrem k ní a někteří začali cvakat svými kusadly. Lenka se dala do běhu zpátky k městečku. To sice nebylo zrovna bezpečné, ale z brouků měla mnohem větší strach. Když začala utíkat, brouci také zřetelně zrychlili a Lenka měla co dělat, aby jim dokázala unikat.

Už minula první domy městečka, o kterém si myslela, že se jí podaří v jeho spletitých uličkách ukrýt. Najednou se však zpoza rohu vyřítily lidé, kteří po Lence zřejmě stále pátrali. „To je ona!“ vykřikl někdo a celý dav se pustil za Lenkou, takže musela zase ustupovat zpátky. Zpátky k velikým broukům, kteří ji teď konečně dohnali a byli už jen dva metry od ní, potom jeden. . .

Lence se nesnesitelně točila hlava. Někdo ji držel za rameno a silně s ní trásl. Slyšela něčí smích, něco tu nesedělo. Zamrkala a pomalu otevřela oči. Ke svému úžasu zjistila, že hledí přímo do tváře učitele matematiky, který si Lenku přísně měřil. I všichni její spolužáci se na ni dívali a Lenčina spolusedící, která se jí snažila probudit, teď přemáhala smích. „Lenko, chápu, že jsou pro tebe příklady snadné a nudíš se“, řekl učitel, „ale pokud budeš hodiny trávit takto, budu ti muset přidat práci navíc!“ Lenka, která si začala pomalu uvědomovat, co se stalo, zamumlala něco jako: „omlouvám se“. „Jestli už jsi tedy dokončila písemnou práci, laskavě mi ji odevzdej“ požádal Lenku učitel a ona mu rychle podala papír, na kterém celou dobu ležela. Ani si nedělala starosti s tím, že si výsledky vůbec nekontrolovala. Potom odevzdala i velkou starou kalkulačku, která také ležela na stole. Než ji Lenka vypnula, na jejím displeji svítilo čtyřmístné číslo.

## Autorská řešení 5. série

### Úloha 1.

Jestliže v pravouhlém trojúhelníku platí  $a^2 + b^2 = c^2$ , tak platí i  $(\frac{a}{2})^2 + (\frac{b}{2})^2 = (\frac{c}{2})^2$  a také platí  $\frac{\pi \cdot (\frac{a}{2})^2}{2} + \frac{\pi \cdot (\frac{b}{2})^2}{2} = \frac{\pi \cdot (\frac{c}{2})^2}{2}$ . Jestli je úkolem zjistit součet obsahů půlkruhů tvořené nad odvěsnami, tak z předchozí rovnice vyplývá, že součet obsahů takových půlkruhů bude stejný jako obsah půlkruhu nad přeponou t.j.  $S = 245,3125$

*Michael*

### Úloha 2.

Zaprvé si spočítáme obvod třetího kruhu, který přímo pohání pás.  $O = \pi \cdot r^2$  Nyní zjistíme, o kolik stupňů se třetí kruh otočil:  $\frac{9}{2} = 4,5$  Zjišťujeme tedy, že se třetí kolo otočilo  $4,5 \times$  tudíž o  $1620^\circ$  Nyní přes složený poměr zjistím, o kolik se otočilo kolo první.  $1620 \cdot 4 = 6480$   $\frac{6480}{15} = 432^\circ$  První kolo se musí otočit o  $432^\circ$ , aby se pás posunul o 9 m.

*Tomáš*

**Úloha 3.**

Pokud prodáváme dva cenné papíry a dostaneme jeden, znamená to v podstatě, že obchodujeme s jedním cenným papírem. To také znamená, že s 35 cennými papíry můžeme uskutečnit 34 obchodů (po 34. už máme jen jediný cenný papír a tím nelze obchod uskutečnit). Všimneme si dále, že po každém nákupu se počet cenných papírů všech hodnot mění o jeden (ze dvou cvhromádek cenných papírů jsme ubrali a do třetí přidali). Byl-li tedy počet cenných papírů sudé číslo, po prvním nákupu se změní na liché a naopak. Po sudém počtu obchodů zůstává v hromádce, kde byl původně lichý počet, lichý počet cenných papírů, a kde byl sudý, sudý počet cenných papírů. Víme-li, že můžeme vykonat 28 obchodů, přičemž zbyde právě jeden cenný papír, pak musí být hodnoty cheap, jelikož jen cenných papírů hodnoty cheap byl na počátku lichý počet.

*Péťa*

**Úloha 4.**

Pythagorovou větou si vypočteme, že délka od středu čtverce do středu podstavy tyče je  $17\text{cm}$  a od toho odečteme  $15,5\text{ cm}$  a zjistíme, že délka od středu válce po okraj ležící na čtverci je  $1,5\text{ cm}$ . Na základě podobnosti trojúhelníků můžeme zjistit poloměr:  $21 : 27 = r : 1,5 \rightarrow r = 1,116\text{cm}$ . Před vzorec pro výpočet objemu válce zjistíme, že objem je asi  $230\text{cm}^2$ . Délka strany je rovna dvojnásobku délky od středu čtverce ke středu válce...  $2 \cdot 27 = 54\text{cm}$ .

*Chroby*

**Úloha 5.**

Celkově bylo  $\frac{50:50}{\frac{4}{5}} = 625$  tvarů.  $\pi^\pi$  zaokrouhloeno na desítky je 40 (počet  $R$  1. tvaru) a to byly  $\frac{4}{5}R$ . 2. tvar tedy měl 25  $R$  a 4. tvar měl  $100 - 40 - 25 - 22 = 13R$ . 1. tvar měl celkově 55 objektů (40 bylo  $\frac{8}{11}$ ); za poměru  $\check{C} : O : \check{Z} : M$  vyplývá, že je mezi ně rozdělených 15 zbývajících objektů 1. tvaru a že  $Z$  a  $F$  nemají v 1. tvaru své zastoupení. Ve 2. tvaru: rovnici  $M = \check{C} + O + Z + F$  můžeme taky zapsat jako  $M = 10Z + 4Z + Z + 10Z = 25Z \rightarrow 2,5\check{C} = M$ ;  $\check{Z} = 2M + 78$ ;  $25(R \text{ objekty}) + 78 + 4M \leq 400 \rightarrow 4M \leq 297 \rightarrow 10 \leq 29$ .  $\check{C} = 10Z$ , takže  $\check{C}$  je 10 nebo 20. Číslo 10 má 4 dělitele, číslo 20 jich má 6  $\rightarrow Z = 2$ ,  $O = 8$ ,  $F = \check{C} = 20$ ,  $M = 50$ ,  $\check{Z} = 178$ . Ve 3. tvaru:  $\check{Z}$  musí být sudé, jelikož  $(M + F)$  je sudé  $= \check{Z} + (2(O + Z))$  sudé;  $Z$  je liché, jelikož  $(\check{Z})$  sudé  $= 5Z - (5)$  je liché a  $\check{C}$  je liché, protože  $O + Z - 1 = \check{C}$  a  $O = Z$ .  $\check{C}$  tedy může být 9, 27, 45... 27 to není (po dosazení vyjde  $Z = 14$ , ale  $Z$  je liché) a 45 a výš to taky není (po dosazení  $(M + F) = 207$ ,  $\check{Z} = 115$  atd., ale tím by se překročil počet objektů na celé ploše), takže je to 9. V tom případě  $O = Z = 5$ ,  $\check{Z} = 30$  a  $M + F = 50$ . Pro 4. tvar: hned po dosazení do rovnic  $\check{Z} + Z = 107$  a  $\check{Z} = Z - 15$  nám vyjde, že  $Z = 61$  a  $\check{Z} = 46$ , po dosazení do rovnice  $F + 2 = R$  nám vyjde, že  $F = 11$ .

*Damián***Úloha 6.**

Nejprve určíme možné délky stran pro stranu  $b$ : 13, 15, 17, 19 a 31. Strana  $a$  musí být lichá a její číslice se nesmí vyskytovat ve straně  $b$ . Jestli strana  $a$  je 3krát delší, než strana  $b$ , její délka musí být jediná 57. Podle trojúhelníkové nerovnosti musí platit, že součet délek dvou stran je větší, než délka třetí strany. Interval délek pro stranu  $c$  je tedy (38; 76). Délky stran  $a, b$  jsou pevně dány, dostáváme tedy 37 možných obvodů trojúhelníku.

*Terka*

## Výsledkové listiny

Tady najdete jen několik nejlepších řešitelů, pro úplné výsledkové listiny se podívejte na naše internetové stránky.

### 6. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	$\Sigma$
1.	Natálie	Maleňáková	5	5	7	-	-	6	23	116
2.	Vilém	Jankovský	5	5	4	1	8	4	27	92
3.	Karolína	Štorchová	-	5	5	-	-	6	16	79

### 7. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	$\Sigma$
1.	Jan	Kačenka	5	5	6	-	5	6	27	118
2.	Jana	Kolenovská	5	5	3	-	-	2	15	77
3.	Tereza	Zelená	-	-	7	-	-	4	11	40

### 8. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	$\Sigma$
1.	Klára	Mořkovská	5	5	4	9	7	4	34	115
2.	Luboš	Bartík	-	-	-	-	-	-	0	75
3.	Thea	Kratochvílová	-	-	-	-	-	-	0	43

### 9. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	$\Sigma$
1.	Bára	Tížková	4	5	6	3	8	5	31	141
2.	Jiří	Vala	5	5	7	3	8	6	34	137
3.	Denisa	Chytilová	5	5	4	-	8	6	28	114
4.	Jan	Havelka	-	-	-	-	-	-	0	96
5.	Jan	Preiss	-	-	-	-	-	-	0	75
6.	Berenika	Čermáková	-	-	-	-	-	-	0	62
7.	Adéla	Hanková	-	-	-	-	-	-	0	46
8.	David	Vranešic	-	-	-	-	-	-	0	15
9.	Dominik	Vrba	-	-	-	-	-	-	0	12