

KOKOS

28.ročník * 1.leták

Milý řešiteli!

Skončily letní prázdniny, během nichž jsme pro Tebe připravili již 28. ročník KoKoSu. KoKoS neboli Koperníkův Korespondenční Seminář jako obvykle nabízí sadu netradičních a zajímavých matematických úloh doprovázených napínavým příběhem. Pokud budeš v našem semináři opravdu úspěšný a na konci školního roku se umístíš v celkovém pořadí na medailových pozicích, čekají Tě ceny, které stojí za to! Chceš poměřit své síly v rámci celé České republiky a zažít spoustu zábavy na našich soustředěních? Neváhej a pusť se do řešení! Nejdříve Ti ale doporučujeme přečíst si pravidla našeho semináře, kterými se každý správný KoKoSák za každých okolností řídí:

Chceš-li poměřit síly proti spolužákům z celé České republiky v rámci našeho semináře se spousty zábavy a napínavým příběhem? Neváhej a hned se zaregistruj na stránkách KoKoSu! Ale nejdříve si přečti pravidla, které každý KoKoSák musí dodržovat:

- KoKoS je celonárodní matematická korespondenční soutěž pro žáky 6. – 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.
- Ročník je rozdělen do pěti sérií. V každé sérii Ti zašleme leták se zadáním úloh. Ty je vyřešíš a pošleš nám je zpět. My je opravíme, ohodnotíme a zašleme Ti je zase nazpátek spolu se zadáním další série.
- Řešení nám můžeš posílat poštou, nebo přes internet. Poté, co se zaregistruješ do semináře, od nás e-mailem obdržíš přihlašovací údaje ke svému účtu. Pomocí těch se přihlíšíš na **kokos.gmk.cz/login** a jednoduše nám svá řešení pošleš.
- Na řešení máš vždy několik týdnů. Toto je první série, jejíž uzávěrka je **28. října**. Rádi bychom Ti dali více času, ale KOPR spěchá.
- Jednotlivé příklady piš na papíry formátu A4 nebo A5. **Na každý papír piš řešení pouze jednoho příkladu!** Více příkladů na jednom papíru nám přidává práci a vzhledem k počtu řešitelů se takovými řešeními nemůžeme a nebudeme zabývat!

- U každé úlohy připiš **do levého horního rohu** své jméno, příjmení, **číslo série a úlohy** a navíc i adresu k Tobě do školy nebo domů - podle toho, kam si necháváš zasílat opravená řešení.
- U každého příkladu musíš pečlivě vylíčit postup řešení. Uvedeš-li pouze výsledek nebo nezdůvodníš-li dostatečně své závěry, nemusíme Tvé řešení považovat za kompletní a úplné – zbytečně poté ztrácíš body!
- V zadání příkladu vždy nalezněš maximální počet bodů, který za něj můžeš získat. Pokud příklad nedokážeš vyřešit úplně, ale uděláš alespoň nějaký pokrok, přisoudíme Ti odpovídající část bodů. Maximální bodový zisk za jednu sérii je vždy 40 bodů.
- Do našeho semináře se můžeš přihlásit kdykoliv, i v průběhu roku. Také nemusíš nutně odeslat všechny série nebo úlohy (i když poté Tě asi ve výsledkové listině předběhnou usilovnější řešitelé). Vždy ale musíš před prvním odesláním řešení (tedy pokud KoKoS řešíš poprvé) **vyplnit internetovou přihlášku!** Tu najdeš na adrese <http://kokos.gmk.cz/prihlaska>. Pokud už jsi vyplnil přihlášku v minulých ročnících, nemusíš to dělat znovu. Řešeními, která odešleš, aniž by ses řádně přihlásil, se nezabýváme.
- Vyplatí se pravidelně sledovat naše webové stránky <http://kokos.gmk.cz>. Najdeš zde aktuální informace o průběhu soutěže a také diskusní fórum, které můžeš použít, nebudeš-li úloze rozumět apod. Pokud se v zadání některého příkladu objeví chyba, zveřejňujeme opravy právě na těchto stránkách.
- Pokud Vás bude z jedné školy více řešitelů, bylo by pro Vás i pro nás vhodné, abyste svá řešení posílali jednotně prostřednictvím školy, tzn. v jedné obálce. My Vám poté zašleme opravené úlohy zase zpátky v jedné obálce. Toto není závazná podmínka, ale šetříte sobě i nám práci i peníze. Děkujeme!
- Každý ročník (6. – 9.) má svou vlastní výsledkovou listinu, aby nižší ročníky nebyly znevýhodněny.
- Úspěšným řešitelem KoKoSu se stává ten, kdo získá za celý ročník 90 bodů a více.

Hodně štěstí a zábavy při řešení Ti přejí Tví organizátoři:

*Kača, Terka, Jírka, Chroby, James, Nagyn, Danek, Mele, Adam, Jiří, Tomáš,
Berča, Barča, Kika, Venda a Damián.*

Zadání úloh

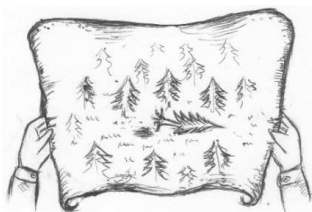
Pepík zachmuřeně seděl na lavičce. Za týden končily prázdniny a v Pepíkově rodné vesnici se na oslavu vrcholu léta konala pouť. Pepíkova peněženka však zela prázdnotou, měl v ní jenom deset korun, které tuhle dostal od babičky na zmrzlinu, ale chytře se rozhodl si je šetřit na horší časy. I těch deset korun ale nestačilo ani na jednu jízdu kolotočem, a tak se Pepík posadil na lavičku a smutně pozoroval hlučný dav kolem sebe. Jeho rozjímání však přerušil jeho kamarád Ignác, místní mladistvý lichvář. S Pepíkem se dobře znal, byli totiž sousedé. Ne, že by to Pepíka nějak těšilo. „Tak co, Pepo? Docela pařba, nemyslíš? Nedaleko jsem viděl stánek s cukrovou vatou, nechčeš - . . . děje se něco? Tváříš se docela divně.“ Zajímal se Ignác. „Ale nic, neboj, jen nemám zrovna dneska žádné peníze, takže to tu asi moc nerozjedu“. Povzdechl si Pepík. Ignác se zamyslel, až se mu po chvíli rozsvítil obličej. Pak vytáhl z tašky balíček bombónů a nadšeně ho podal Pepíkovi. „Když nemáš peníze, dám ti tyhle bombóny, co jsem koupil, ať z té pouti něco máš,“ zazubil se. „Jé, díky, Ignáci, to je od tebe moc hezké,“ usmál se Pepík, ale už tušil, že to nebude jen tak. Vždyť měl přece tu čest s největším skrblíkem ve škole. „Má to ale háček – nemůžu si dovolit jen tak vyhazovat peníze na kamarády, takže mi ty bombóny budeš muset vrátit. A když teď nemáš peníze, tak neboj, nemusíš mi je vracet najednou, sepíšeme splátkový kalendář,“ řekl Ignác a zatvářil se jako největší dobrodinec světa.

Úloha 1. (8 bodů): Pepík musí splatit dluh Ignácovi. Domluvili se, že první den mu dá určitý počet bombónů a následující den vždy o jeden bombón méně než dvojnásobek bombónů, které Pepík daroval den předchozí. Dluh se splatí, až bude celkový počet bombónů o 34 větší než desetinásobek počtu bombónů první den. Kolik bombónů má dát Pepík Ignáci první den, aby dluh splácel přesně 4 dny?

„Vidíš, jak jsme to spolu pěkně zvládli,“ poplácal Ignác Pepíka po zádech. Pepík se snažil vděčně usmát, i když z jejich dohody nebyl bůhvíjak nadšený. Druhý chlapec si však ničeho nevšiml a pokračoval v tlachání. „Někde jsem tady viděl pár zajímavých stánků, pojďme se podívat! Třeba bude některý z nich ve tvé finanční kategorii. . .“ S tím se zvedl a odtáhl Pepíka z lavičky. Prošli kolem pár atrakcí a stánků, ale žádný je moc nezaujal, až najednou narazili na ceduli s nápisem „POKLAD ZA PŘÍKLAD“. Ve stánku seděl rozložitý chlapík ve fialovém županu, který na ně přátelsky zahlekal: „Hoši, nechcete si zkusit moji zapeklitou hádanku? Kdo z vás ji dřív vyřeší, dostane poklad!“ Chlapci se na sebe podívali a pokrčili rameny. Matematika jim oběma šla, tak proč by si nezkusili zasoutěžit? Chlapík jim pokynul, aby se posadili naproti němu a poté každému podal list papíru a tužku. „Na můj povel začnete počítat! Takže. . . tři. . . dva. . . jedna. . . teď!“ Zakřičel tak silně, až se mu zatřepaly všechny tři brady. Pepík se pohodlně usadil a začal počítat.

Úloha 2. (9 bodů): Mějme v prostoru 2 přímky. První přímka je dána body A a B a druhá přímka body C a D . Souřadnice daných bodů jsou: $A = [1, 1, 3]$, $B = [3, 5, 5]$, $C = [0, 6, -5]$, $D = [2, 8, -1]$. Rozhodněte, zda se tyto 2 přímky protínají v jednom bodě, pokud ano určete souřadnice toho bodu.

Pepík počítal rychle a bezchybně, a snadno tak nad Ignácem zvítězil. Chlapík v županu mu srdnatě potřásl rukou. „Dobrá práce, hochu! Teď si můžeš vzít domů svůj poklad.“ Zašmátral v truhle a po chvílce z ní vytáhl ošuměle vyhlížející papír, který dal Pepíkovi. „Toto,“ ukázal na papír, „je mapa k pokladu. Nalož s ní dobře!“ Nato se otočil a odešel do davu. Pepík se za ním zaraženě díval, až jeho přemýšlení přerušil Ignác. „Nepůjdeme už? Je tady docela nuda. Kam pořád tak civíš? Co ti to ten chlápek vlastně dal?“



Pepíkovi už jeho kamarád trochu lezl na nervy, ale rozbalil svůj dárek. Ani to nevypadalo jako mapa, spíš jako náčrtek. Vypadal jako les, a uprostřed obrázku byl strom vyvrácený z kořenů. „Pche, to vypadá jako nějaká blbost. Poslyš, už budu muset jít. Tak zas někdy!“ Zamával Ignác a odešel. Pepík si chvíli ještě prohlížel obrázek, když si uvědomil, že mu něco chybí – musel si v tom stánku zapomenout mobil. S povzdychem se vydal zpátky, ale to, co uviděl, ho poněkud překvapilo. Na místě, kde předtím stál stánek, bylo jen zelené prostranství, nikde ani památka po tlustém chlapíkovi. Pepíkův mobil však stále ležel v trávě, a tak ho Pepík vzal a zadumaně odešel. Celé to bylo nějaké podezřelé. Pepík si znovu sedl na lavičku a podíval se na hodinky. Poslední autobus domů už mu dávno odjel, takže bude muset jít pěšky. Chlapec se při pohledu na hodinky na chvíli zamyslel, až ho napadla zajímavá úvaha. Vydal se tedy na dlouhou cestu domů a mezitím o ní přemýšlel.

Úloha 3. (7 bodů): Digitální hodinky ukazují čas v hodinách a minutách v 24hodinovém formátu. Kolik minut denně se na nich vyskytuje alespoň 1 pětka?

Jak tak Pepík přemýšlel, nedíval se na cestu a nevšiml si, že zašel hluboko do lesa. Už se pomalu stmívalo, a tak si musel pospíšit, pokud se nechtěl ztratit v lese. Naštěstí les dobře znal, takže by pro něj neměl být problém se z něj vymotat. Po několika minutách chůze však Pepík narazil na něco zvláštního. Před ním se tyčil obrovský strom vyvrácený z kořenů. Pepík vytáhl obrázek, který dostal na pouti, a porovnal ho s výjevem, který se mu naskytl – a skutečně, obrázek i skutečnost byly úplně stejné! Rozhodl se strom prozkoumat zblízka. Udělal krok, dva. . . a najednou padal. Tvrdě přistál na zem a když se vzpamatoval, uviděl, že se propadl do docela velkého tunelu. Na druhém konci jakoby něco svítilo. Pepík se vydal tím směrem. Po chvíli se tunel rozevřel v širokou místnost a Pepík nemohl uvěřit svým očím – přímo před ním se vesele vznášel ten tlustý chlapík z pouti! „Zdravím, Pepíku, čekal jsem na tebe. Neděs se, nic ti neudělám – chci od tebe pomoc. Jak vidíš, již nejsem mezi živými. Před mnoha staletími jsem býval pirát a zadlužil jsem se jistému čaroději. Ten čaroděj mě zaklel, takže dokud nesplatím svůj dluh, nemůže má duše nalézt klid. Mám z čeho ten dluh splatit, to ano, někde jsem za mlada zakopal poklad – bohužel jsem zapomněl, kam. Schoval jsem však na různých místech indicie, jak ho nalézt. A tak, Pepíku, tě žádám, abys mi pomohl.“ Pepík stál s vytřeštěnými očima, nedostávalo se mu slov. „A co když odmítnu?“ vypravil ze sebe. Duch se zachmuřil. „Pak tě budu muset chodit strašit tak dlouho, dokud nepřikývneš!“ a skutečně, Pepík v návalu paniky a pod tlakem přijal duchovu žádost. „A o jaký poklad

se jedná, pane, ehm, duchu?“ vykřikl Pepík. „No,“ zamyslel se duch, „pokud si dobře vzpomínám, měl jsem zlatou krychli, ale nechal jsem ji roztavit, aby byla skladnější. . .“

Úloha 4. (5 bodů): Zlatá cihlička je kvádr o rozměrech $2 \times 3 \times 4$ cm. Cihlička byla roztavena a ze všeho získaného zlata byly zhotoveny tři stejné krychle. Zjistěte délku hrany každé z nich.

Pepík se zamyslel. „A jak pak najdeme toho čaroděje? Bude vůbec ještě naživu?“ Pirát pokrčil rameny. „Podle mě ano, když jsme se posledně setkali, říkal něco o tom, že na mě bude čekat na věčnost a takové bláboly. . . každopádně, bylo by dobré, kdyby ses co nejdříve vydal na cestu za první indicií. Pamatuji si, že jsem ji schoval v jednom statku na samotce, počítám, že tak 60 km na sever odsud. . . budeš se tam muset vydat. Jestli chceš, vezmi s sebou i toho svého otravného kamaráda. Budu tam na vás čekat.“ Pepík si povzdechl, ale přikývl. Vždyť nějaká ta akce být musí. . . a třeba to bude i zábava. Ted jen vymyslet, jak se tam rychle dostat.

Úloha 5. (7 bodů): Kluci jedou z vesnice na statek s indicií vzdálený 60 km. Pepík vyjede v 7:00 a jede rychlostí $26 \frac{km}{h}$. Ignác vyjede v 7:15 a jede rychlostí $20 \frac{km}{h}$. Oba si po každé hodině musí dát alespoň 5 minutovou přestávku. V kolik hodin dorazí na statek, pokud přijedou současně a co nejdříve? Jaká je průměrná délka Pepíkových přestávek?

Pepík si povzdechl. Bude to náročný den. Bude muset informovat Ignáce, snad s jeho plánem souhlasí, a snad mu i uvěří. . . Chlapec zívá. Uvědomil si, že už musí být dost pozdě. Měl by si pospíšit domů, jinak se jeho rodiče zblázní. Rychle se rozloučil s duchem a vyškrábal se z tunelu ven. Byla už úplná tma a Pepíkovi trvalo místo obvyklých 30 minut dojít pěšky domů asi hodinu. Když přišel, bylo již po půlnoci, byl úplně vyčerpaný a jeho rodiče šilení strachem. Měl co dělat, aby je přemluvil dovolit mu vyjet si další den na výlet. Pak ho ale napadlo, že zítra asi nebude zrovna v nejlepším stavu – bude určitě potřebovat něco na probuzení. Když vešel do kuchyně a rozhlédl se po poličkách, dostal nápad.

Úloha 6. (6 bodů): Vypitím jednoho šálku černého čaje získá Pepík kofein na jednu hodinu. Vypitím jednoho šálku kávy získá kofein na čtyři hodiny. V jakém poměru musí Pepík smíchat černý čaj a kávu, aby v jednom šálku získal kofein na dvě hodiny?

Problém s energií se tedy vyřešil – teď už byl Pepík připravený na výlet. Napsal ještě Ignácovi, který kupodivu nespal, a ten, ač velmi neochotně, souhlasil. Pak se Pepík konečně vypravil do postele. Byl to dlouhý den a zítřek bude ještě delší. Kdo ví, co ho po cestě potká. Ale aspoň bude mít vzpomínky na prázdniny – možná ne ty nejlepší, ale rozhodně na ně nezapomene po zbytku svého života.

Řešení úloh

1. série posílejte do 28.10.2015 na známou adresu:

KoKoS
Gymnázium Mikuláše Koperníka
17. listopadu 526

743 01 Bílovec

