

KOKOS

29.ročník * 1.leták

Milý řešiteli!

Prázdniny utekly jako voda a je pro Tebe nachystán nový ročník KOperníkova KOrespondenčního Semináře – KOKOSu. Jako obvykle Ti přinášíme sadu matematických oříšků doprovázenou napínavým příběhem. Navíc Ti hned v této sérii nabídneme, účast na našem soustředění. Pokud budeš v našem semináři opravdu úspěšný a dosáhneš ve výsledkové listině na medailová místa, dostaneš navíc na konci školního roku pěkné ceny, a to už stojí za to! Chceš poměřit své síly s Tvými vrstevníky z celé republiky? Směle do toho! Nejdříve Ti ale doporučujeme přečíst si pravidla našeho semináře, kterými se každý správný KoKoSák za každých okolností řídí:

- KoKoS je celonárodní matematická korespondenční soutěž pro žáky 6. – 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.
- Ročník je rozdělen do šesti sérií. V každé sérii Ti zašleme leták se zadáním úloh. Ty je vyřešíš a pošleš nám je zpět. My je opravíme, ohodnotíme a zašleme Ti je zase nazpátek spolu se zadáním další série.
- Řešení nám můžeš posílat poštou, nebo přes internet. Poté, co se zaregistruješ do semináře, od nás e-mailem obdržíš přihlašovací údaje ke svému účtu. Pomocí těch se přihlíšíš na **kokos.gmk.cz/login** a jednoduše nám svá řešení pošleš.
- Na řešení máš vždy několik týdnů. Toto je první série, jejíž uzávěrka je **31. října**. Rádi bychom Ti dali více času, ale KOPR spěchá.
- Jednotlivé příklady piš na papíry formátu A4 nebo A5. **Na každý papír piš řešení pouze jednoho příkladu!** Více příkladů na jednom papíru nám přidává práci a vzhledem k počtu řešitelů se takovými řešeními nemůžeme a nebudeme zabývat!
- U každé úlohy připiš **do levého horního rohu** své jméno, příjmení, **číslo série a úlohy** a navíc i adresu k Tobě do školy nebo domů - podle toho, kam si necháváš zasílat opravená řešení.

- U každého příkladu musíš pečlivě vylíčit postup řešení. Uvedeš-li pouze výsledek nebo nezdůvodníš-li dostatečně své závěry, nemusíme Tvé řešení považovat za kompletní a úplné – zbytečně poté ztrácíš body!
- V zadání příkladu vždy nalezněš maximální počet bodů, který za něj můžeš získat. Pokud příklad nedokážeš vyřešit úplně, ale uděláš alespoň nějaký pokrok, přisoudíme Ti odpovídající část bodů. Maximální bodový zisk za jednu sérii je vždy 42 bodů.
- Do našeho semináře se můžeš přihlásit kdykoliv, i v průběhu roku. Také nemusíš nutně odeslat všechny série nebo úlohy (i když poté Tě asi ve výsledkové listině předběhnou usilovnější řešitelé). Vždy ale musíš před prvním odesláním řešení (tedy pokud KoKoS řešíš poprvé) **vyplnit internetovou přihlášku!** Tu najdeš na adrese <http://kokos.gmk.cz/prihlaska>. Pokud už jsi vyplnil přihlášku v minulých ročnících, nemusíš to dělat znovu. Řešeními, která odešleš, aniž by ses řádně přihlásil, se nezabýváme.
- Vyplatí se pravidelně sledovat naše webové stránky <http://kokos.gmk.cz>. Najdeš zde aktuální informace o průběhu soutěže a také diskusní fórum, které můžeš použít, nebudeš-li úloze rozumět apod. Pokud se v zadání některého příkladu objeví chyba, zveřejňujeme opravy právě na těchto stránkách.
- Pokud Vás bude z jedné školy více řešitelů, bylo by pro Vás i pro nás vhodné, abyste svá řešení posílali jednotně prostřednictvím školy, tzn. v jedné obálce. My Vám poté zašleme opravené úlohy zase zpátky v jedné obálce. Toto není závazná podmínka, ale šetříte sobě i nám práci i peníze. Děkujeme!
- Každý ročník (6. – 9.) má svou vlastní výsledkovou listinu, aby nižší ročníky nebyly znevýhodněny.
- Úspěšným řešitelem KoKoSu se stává ten, kdo získá za celý ročník 90 bodů a více.

Hodně štěstí a zábavy při řešení Ti přeje Tví organizátoři:
Jiří, James, Nagyn, Mele, Tomáš, Berča, Barča, Kika, Venda a Damián.

Zadání úloh

Na nádraží ve Studénce bylo prázdko, až na jediného člověka. Barča se nervózně dívala na hodinky a očekávala příjezd vlaku. Měla naplánovaný výlet se svými kamarády a nechtěla přijet pozdě. Proto když uslyšela oznámení o příjezdu svého vlaku, ulevilo se jí. Vypadá to, že sraz stihne. Snad se to podaří i ostatním.

Úloha 1. (6 bodů): V 8:00 vyjede ze Studénky Barča rychlostí 60km/h . O 120 km dále jí v 8:15 vyrazí naproti Jirka rychlostí 90km/h . V 8:30 ze Studénky vyrazí Max směrem k Barči rychlostí 120km/h . Kdo potká Barču dříve a v kolik hodin?

Kolem Barči se míhaly lesy a vesnice, ale cíl její cesty byl pořád v nedohlednu. I přes to, že byl všední den, ve vlaku nesedělo moc lidí. Barča přemýšlela, jak by se po cestě mohla zabavit, když tu si vzpomněla, že si s sebou pro jistotu zabalila sbírku příkladů. Hned si ji tedy vytáhla a pustila se do řešení.



Úloha 2. (9 bodů): Mějme 3 různá kladná reálná čísla a, b, c , jejichž součet je roven 7. Dokažte, že pro tyto čísla platí nerovnost:

$$3[b^2 - (2bc - 7abc - 3ac - ab) - 4a \cdot (-\frac{1}{4}b + bc - \frac{1}{4}a) + \frac{1}{3}c(12b - 3a + 3c - 6ab)] \geq 147$$

O pár hodin později se všichni konečně sešli a mohli se vydat na výlet. Trochu je ale zbrzdil hlad, a tak se nejdřív vypravili do místní vyhlášené restaurace na oběd. Bylo přece teprve poledne a času na výlet bylo ještě dost.

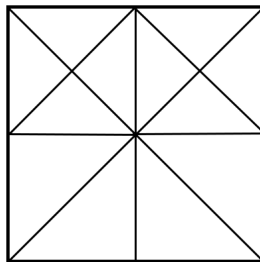
Úloha 3. (7 bodů): U stolu sedí pětice kamarádů. Po Bářině levice sedí ten, co pije pivo. Kika pije šťávu. Jirka nemá ani modré, ani žluté tričko. Po Maxově pravici sedí ten v červeném tričku. Vodu pije ten v modrém tričku. Vedle Tomáše sedí ten, co pije džus. Vedle Kiky v oranžovém tričku sedí ten, co pije víno. Zelené tričko má Bára, která sedí vedle toho, co pije vodu. Tomáš nemá modré tričko. Kdo kde sedí a jaké má na sobě tričko?

Odpoledne se konečně vydali na cestu. Procházeli zrovna po staré polní cestě, když v tom se Jirka najednou zastavil a zavolal na ostatní. Na okraji cesty ležela kamenná deska se zvláštním vzorem. „Co to může být?“ zamyslel se Jirka. „Asi jenom nějaký kanál,“ pokrčil rameny Max. „Kanál uprostřed pole? To zní divně,“ řekl Jirka.

Úloha 4. (6 bodů): Na obrázku vidíte čtverec o straně dlouhé 2 m rozdělený úsečkami. Jaký je součet obsahů všech trojúhelníků a čtverců, které se v něm nacházejí? (obr. dále)

„Třeba je to nějaký tajný vchod, jak to bývá ve filmech, víte?“ Zasmála se Kika. „Jak se vždycky otevrou tajné dveře, když se toho dotknete.“ „Ale prosím tě, tady nejsme v žádném filmu,“ odvětil Tomáš. Kika pokrčila rameny a šlápla na desku. A země se pod nimi propadla.

Přistání bylo překvapivě měkké, vypadalo to, jako by na místo, kam kamarádi dopadli, někdo schválně nanesl kupu slámy. „Ups...“ zašeptala Kika. „Ups? Dělaš si srandu? Co teď budeme dělat?!“ Rozzlobil se Jirka. Rozhlédli se kolem sebe. Nebyli hluboko pod zemí, jen asi pět metrů. Jeskyně, ve které se octli, však vedla dál a prudce se svažovala. „Podívejte, co je to tam v dálce?“ ukázala Barča dál do jeskyně. Nebyla tam tma, zato tam slabě zářilo modré světlo. Skupina se tam váhavě vydala. Jeskyně byla dlouhá a pořád se svažovala, ale na zdech, stropě a podlaze se začaly objevovat světle modře svítící žilky. Po chvíli dokonce narazili i na malé svítící krystaly.



Úloha 5. (6 bodů): Je dán kvádr $ABCDEFGH$, který má čtvercovou podstavu $ABCD$ se stranou délky 6 cm a výšku 2 cm. Určete délku úsečky AG .

„A co teď?“ zeptal se Max. „Já bych zkusila zaklepat,“ napadlo Kiku. „Ty už radši nic nezkouš,“ chtěla se na ni obořit Barča, ale nedořekla to, protože se brána začala s hlasitým skřípáním otevírat. Vyšli z ní dva po zuby ozbrojení muži. „Co tady chcete?“ zeptal se jeden z nich. Kamarádi jen stáli s vyvalenýma očima, nikdo z nich nevěděl, co má říct. „Hej, Done, myslíš, že by to mohli být oni?“ zeptal se druhý muž toho prvního. „Jací oni? Co to meleš, Bernarde?“ obořil se na něj Don. „No, ti oni. Jak nám říkali, že je máme čekat.“ „Um...promiňte, my jsme se tady ztratili...“ řekl Jirka, ale muži mu nevěnovali pozornost. „Jo tihle? Tak to bychom je asi měli pustit dovnitř...“ „No ale oni nám říkali, že to nemůžeme jen tak...“ muži si podezřívavým pohledem změřili skupinu. „Fajn. Hej, vy, pustíme vás dovnitř, ale jen pokud nám ukážete, že umíte vyřešit tohle!“ a předal jim papír s něčím, co připomínalo zadání matematického příkladu. Nikdo z kamarádů sice netušil, kam dovnitř že je to chtějí pustit, ale pokrčili rameny a dali se do řešení.

Úloha 6. (8 bodů): Mějme pravouhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C . Těžnice z bodu C na stranu AB má délku a . Vyjádřete obsah půlkruhu s průměrem AB pomocí délky a .

Nad řešením příkladu oba muži pokývali hlavou a pokynuli skupině směrem k bráně. „Dobrá, pustíme vás dovnitř. Vítejte ve Městě.“ Kamarádi branou prošli a nemohli uvěřit vlastním očím. Před nimi se rozprostíralo obrovské podzemní město.

Řešení úloh 1. série posílejte do 31.10.2016 na známou adresu:

KoKoS

Gymnázium Mikuláše Koperníka

17. listopadu 526

743 01 Bílovec