



# KOKOS

29.ročník      ★      5.leták

A máme tady poslední leták v letošním roce. Obsahuje závěrečnou část příběhu, autorská řešení čtvrté série a výsledkovou listinu. Tím se s Vámi pro letošek loučíme a doufáme, že se setkáme zase v září. S některými osobně, s jinými alespoň korespondenčně. A na co se v příštím roce můžete těšit? Minimálně na jedno nebo dvě nabitá soustředění. Tak se nechte překvapit jak to všechno dopadne a užijte si vyvrcholení příběhu. Pěkné a akční prázdniny přejí

*Organizátoři*

**BLAHOPŘEJEME Natálii Maleňákové**, která je se 164 body nejúspěšnější řešitelkou letošního ročníku. Těsně za ní se umístila **Jana Čákorová** se 160 body a třetí místo obsadila řešitelka ze sedmé třídy **Anna Hronová** se 134 body.

Blahopřejeme i jednotlivým vítězům ve svých kategoriích:

	1. místo	2. místo	3. místo
9.ročník	Natálie Maleňáková	Jana Čákorová	Veronika Krčmáriková
8.ročník	Martin Mlečka	Hana Rusinová	Monika Anderlová
7.ročník	Anna Hronová	Adéla Houdková	Kateřina Julie Sedláčková
6.ročník	Michal Weinert	Natálie Jindrová	Natálie Tremlová

## Závěrečná část příběhu

Přistání bylo tvrdé. Stěny prostoru, ve kterém se octli byly stejně jako zbytek jeskyní a chodeb, jimiž prošli protkány matně svítícími kamennými žilami, jejichž zář ale viditelně zeslábla, a tak se kamarádi po rychlém vzpamatování začali hledat. „Jste všichni v pořádku?“ zavolala Kika. Všichni odpověděli že ano, kromě Barči, která se nijak nevyjadřovala.

„Stalo se ti něco, Báro?“ optal se Max. Bára přikývla: „Myslím, že mám něco s rukou, hrozně mě bolí a nemůžu s ní skoro pohnout.“ „Možná ji máš zlomenou... Měli bychom se odsud rychle dostat, ať tě můžeme odvést do nemocnice,“ zavelel Jirka. Jenže jak se měli dostat ven? Na takovém místě se dalo jednoduše zabloudit.

Naštěstí s sebou měli Kubu, který se tvářil, že zdejší chodby dobře zná. „Pojďte, zavedu vás ven, znám tady spoustu zkratk,“ prohlásil a vyšel. To, čemu on ale říkal zkratka, byla chodba skoro tak dlouhá jako ta, kterou přišli, po cestě ovšem nenarazili ani na jeden příklad. Až si kamarádi říkali, že to bylo nějaké divné. Jirka z toho natolik

znervózněl, že když jednou zastavili, aby si dali pauzu začal do stěny vyrývat vlastní příklad, aby se měly budoucí generace čím bavit.

Jak postupovali, namodralá záře provázející je celou cestou pořád slábla, až přestala svítit skoro úplně. „Už jsme skoro u konce,“ konstatoval Kuba. A opravdu, zanedlouho se před nimi rozprostřelo Město, vypadalo však úplně jinak. Po ulicích nechodili lidé, okna domů byla zatlučená, všude panovalo ticho. „Co se tady stalo?“ zeptal se Tomáš. „Vy to nevíte? Přece vám to někdo musel říct...Zdroj, který jste odnesli, napájel všechny žíly v téhle jeskyni. Bez jeho energie tady nic neporooste, nikdo tady nepřežije. Všichni obyvatelé to věděli, a tak odešli. Stejně už neměli důvod tady zůstat, svou roli ochránců Zdroje už splnili.“ Kamarádi, kterým vyhlídky na konec výletu zlepšili náladu náhle posmutněli. Přemýšleli, co se teď stane se všemi těmi lidmi. Najednou se Max obrátil na Barču. „Slečno,“ zatřepal s ní, „potřebuji vidět váš lístek.“ uvCože? zasmáli se všichni. „Slečno!“ třásl Max s Barčou dál.

Barča pomalu zvedla hlavu ze stolku a sbírky příkladů, na které usnula. Zmateně se rozhlédla po kupé. Je ve vlaku? Kde jsou všichni? Jak to, že ji už nebolí ruka? Byl to snad všechno jen sen? „Slečno, nemám na vás celý den, předložte mi prosím svůj lístek,“ připomněl se průvodčí. „Pardon...“ Barča z tašky vyhrabala lístek.

Podívala se na mobil, kolik je hodin a jaké je vůbec datum. Pak už jí bylo všechno jasné. Seděla ve vlaku ze Studénky, protože mřila na výlet se svými čtyřmi kamarády...No, řekla si Barča, *budeme si muset dávat velký pozor, ať náhodou nespádneme do žádné díry.*

## Autorská řešení 4. série

### Úloha 1.

Daný výraz

$$6n^3 - 6n$$

si upravíme do podoby

$$6 \cdot (n - 1) \cdot n \cdot (n + 1).$$

Součin  $(n - 1)$ ,  $n$  a  $(n + 1)$  je součin tři po sobě jdoucích čísel. Mezi třemi po sobě jdoucími čísly jsou určité čísla, která jsou dělitelná čísly 2 a 3. Součin  $(n - 1) \cdot n \cdot (n + 1)$  musí být tudíž dělitelný  $6 - ti$  a výraz daný v zadání má v rozkladu také číslo  $6 - ti$ .

Takže výraz je dělitelný  $36 - ti$ .

*Juří*

### Úloha 2.

Když vchází poslední divák, sedadla 2-99 budou určité zabraná. Každý z těchto diváků by si sedl na své místo, kdyby bylo volné, z toho vyplývá poslední zbývající sedadlo je 1 nebo 100.

Takže je 50% šance, že si divák 100 sedne na své místo.

*Venda*

### Úloha 3.

Nejmenší Vendino číslo označme  $a$ , ostatní nalezená čísla budou tedy  $a + 1$ ,  $a + 2$ , ...  $a + 100$ . Sto následujících čísel dostaneme, když ke každému z čísel  $a + 1$ ,  $a + 2$ , ...  $a + 100$  přičteme 100. Poněvadž součty se rovnají, musí platit:

$$a + (a + 1) + (a + 2) + \dots + (a + 100) = (a + 1) + 100 + (a + 2) + 100 + \dots + (a + 100) + 100$$

$$a = 100 \cdot 100 = 10000$$

Nejmenší z čísel se rovná 10 000.

*Kuba*

**Úloha 4.**

Ze zadání si vytvoříme 4 rovnice a ty upravíme. (použijeme Gausovu eliminační metodu)

$$j = \frac{1}{3}(k + b + t)$$

$$k = \frac{1}{7}(b + j + t)$$

$$b = \frac{1}{6}(k + j + t)$$

$$t = 5620$$

Přesuneme všechny neznámé na jednu stranu a dosadíme za  $t$ .

$$k + b - 3j + 5620 = 0$$

$$7k - b - j - 5620 = 0$$

$$k - 6b + j + 5620 = 0$$

V dalším kroku odečteme druhou rovnici od první a třetí od první tak, aby nám „vypadla“ neznámá  $j$ . Vzniklé rovnosti budou vypadat následovně:

$$-20k + 4b + 22480 = 0$$

$$4k - 17b + 22480 = 0$$

V posledním kroku „zrušíme“ třeba neznámou  $k$  a dopočítáme  $b$ .

$$-81b + 13880 = 0$$

$$b \doteq 1665,185 \text{ Kč}$$

Postupným dosazením do rovnic, které nám vznikaly v průběhu úprav, dopočítáme další neznámé a z nich výslednou cenu.

$$k \doteq 1457,259 \text{ Kč}$$

$$j \doteq 2914,074 \text{ Kč}$$

$$j + k + b + t \doteq 11625,296 \text{ Kč}$$

*Hanka*

**Úloha 5.**

Nejdříve spočítáme velikost výšky původního čtyřstěnu. V rovnostranném trojúhelníku platí, že poměr vzdálenosti paty výšky od ortocentra (=průsečíku výšek) a ortocentra od vrcholu, kterým výška prochází, je 1 : 2. Označme si vrcholy trojúhelníku, který leží uprostřed kružnice, jako  $ABC$ , čtvrtý vrchol čtyřstěnu jako  $D$  a ortocentrum jako  $V$ . Následně:

$$|VP_A| : |AV| = 1 : 2$$

$$|AV| = \frac{2}{3}|AP_A| = \frac{2}{3}\sqrt{|AB|^2 - \left(\frac{|BC|}{2}\right)^2}$$

Dále si použitím Pythagorovy věty vyjádříme délku výšky:

$$v = |DV| = \sqrt{|AD|^2 - |AV|^2} = \sqrt{|AD|^2 - \left(\frac{2}{3}\sqrt{|AB|^2 - \left(\frac{|BC|}{2}\right)^2}\right)^2}$$

$$|AD| = |AB| = |BC| = 4$$

$$v = 4\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Vzdálenost všech průsečíků prodloužených stran s kružnicí bude, od vrcholu  $D$  čtyřstěnu, stejná. Označme si libovolný z průsečíků jako  $X$ . Hledanou vzdálenost zase dopočítáme pomocí pythagorovy věty:

$$|XD| = \sqrt{|XV|^2 + v^2}$$

$$|XV| = 6$$

$$|XD| = 2\sqrt{\frac{35}{3}}$$

*Bára*

**Úloha 6.**

Nejprve si určíme, že třetí tvrzení nemůže platit, protože by pak platilo i první a druhé tvrzení (měli bychom tři pravdivá tvrzení místo dvou). Ze stejného důvodu nemůže platit zároveň první a druhé tvrzení. Musí tedy nutně platit čtvrté tvrzení. Číslo 11 našim podmínkám nevyhovuje.

Z toho vyplývá přirozené číslo  $a$  je rovno  $5 - ti$ .

*Matěj*

**Výsledkové listiny**

Tady najdete výsledky našich řešitelů.

**6. ročník**

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	<i>S</i>	$\Sigma$
1.	Michal	Weinert	-	-	-	-	-	-	0	26
2.	Natálie	Jindrová	-	-	-	-	-	-	0	13
3.	Natálie	Tremlová	-	-	-	-	-	-	0	6

**7. ročník**

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	<i>S</i>	$\Sigma$
1.	Anna	Hronová	7	10	7	6	6	6	42	134
2.	Adéla	Houdková	-	-	7	1	-	6	14	74
3.	Kateřina	Julie Sedláčková	-	-	-	-	-	-	0	60
4.	Zuzana	Krčmáriková	-	-	-	-	-	-	0	36
5.	Dalimil	Šťastný	-	-	-	-	-	-	0	24
6.	Vojtěch	Kubala	-	-	-	-	-	-	0	22
7.	Silvia	Assenza	-	-	-	-	-	-	0	18
8.	Eduard	Grňa	-	-	-	-	-	-	0	16
9.	Eliška	Drongová	-	-	-	-	-	-	0	11

## 8. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>S</i>	$\Sigma$
1.	Martin	Mlečka	7	1	7	2	6	6	29	124
2.	Hana	Rusinová	6	0	7	6	6	6	31	122
3.	Monika	Anderlová	7	-	0	6	6	6	25	85
4.	Adéla	Anderlová	7	-	0	6	6	6	25	84
5.	Vojtěch	Zeman	-	-	-	-	-	-	0	65
6.	Hana	Pasková	-	-	-	-	-	-	0	27
7.	Lucie	Chromečková	-	-	-	-	-	-	0	26
8.	Nikola	Razakowská	-	-	-	-	-	-	0	10

## 9. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>S</i>	$\Sigma$
1.	Natálie	Maleňáková	7	10	7	6	6	6	42	164
2.	Jana	Čákorová	6	10	7	6	6	6	41	160
3.	Veronika	Krčmáriková	-	-	-	-	6	6	12	107
4.	David	Kamenský	-	-	-	-	-	-	0	81
5.	Michaela	Peterková	-	-	-	-	-	-	0	80
6.	Anna	Lorencová	-	-	-	-	-	-	0	72
7.	Zuzana	Lukovicsová	-	-	-	-	-	-	0	66
8.	Dominik	Musial	-	-	-	-	-	-	0	65
9.	Michal	Staš	-	-	-	-	-	-	0	62
10.	Tereza	Halámková	-	-	-	-	-	-	0	41