



KOKOS

30.ročník ★ 4.leták

Jarní soustředění

Milý účastníku, zima je teď v plném proudu, ale i ta se brzo bude chýlit ke konci. Nesmutni ale, místo lyžovaček na horách jsme pro Tebe připravili něco mnohem lepšího . . . celých 6 dní zábavy a poznání na jarním KoKoSovém soustředění, které bude probíhat od 20. do 25. března jako vždy v budově Domova mládeže při Gymnáziu Mikuláše Koperníka v Bílovci, a to pod pedagogickým dohledem za organizace studentů gymnázia. Během soustředění na tebe čeká kromě spousty nových kamarádů i plno skvělých her a přednášek z matematiky, fyziky či chemie a pokud se nám poštěstí pěkné počasí, možná proběhne i astronomické pozorování!

Cena, pro letošek stanovená na 500 Kč, zahrnuje veškerý program včetně stravy a ubytování. Pokud máš jakékoliv otázky, neváhej se obrátit na náš email gmkkokos@seznam.cz, kde Ti rádi všechno vysvětlíme. Pokud je Ti vše jasné, neváhej a vyplň naši internetovou přihlášku, kterou najdeš na našich webových stránkách kokos.gmk.cz. Poté, co ji obdržíme, Ti do několika dnů zašleme email s podrobnými informacemi.

Těšíme se na Tebe!

Organizátoři

Zadání úloh

Když se Alois zeptal Bětky, jestli by nechtěla o víkendu přespat ve škole, myslela si, že se musel totálně zbláznit. Kdo by chtěl zůstat během volna ve škole? Alois jí hned vysvětlil, že jde o soustředění matematiků, které si starší žáci připravují pro ty mladší. V plánu jsou přednášky, hry i matematické soutěže.

Nejdříve byla Bětka skeptická, ale nakonec se rozhodla zúčastnit se, protože stejně neměla o víkendu co dělat. Alois se radoval, že tam bude i někdo ze školy, většina účastníků měla tento rok být odjinud a kdo ví, co to bude za lidi.

Ve čtvrtek večer dorazili Bětka a Alois k internátu gymnázia, kde je organizátoři uvítali a odvedli na pokoje. Bětka měla tři spolubydlící: Terku, Zuzku a Adu. Holky měly na pokoji jednu volnou postel, která se po vzájemné dohodě stala společným odkladným prostorem.

Zuzka si na společnou postel hodila batoh. Ten dopadl se strašlivým zavrznáním a všechny vyděsil. „Co v tom táhneš?“ zeptala se Terka. „Jenom oblečení a sešity, nic, co by mohlo vrzat.“

Bětka zkusila zmáčknout matraci a zavrznání se ozvalo znova. „To bude tou matrací, holky.“ V rámci vědeckého bádání se spolubydlící rozhodly, že postel rozpitvají, aby zjistily, co vydává ty strašné zvuky. Žádný světoborný objev se však nekonal, protože zjistily, že je to jen stará pružinová matrace.

Úloha 1. (8 bodů): Mějme pružinu ve tvaru šroubovice (viz obrázek). Tato pružina má 2 závity, je vysoká 12 cm a široká 4 cm. Jaká bude délka drátu, pokud pružinu roztáhneme?

Uprostřed vědeckého bádání je přistihl Kuba, hlavní organizátor. Vyhuboval jim, že párou na internátu matrace a poslal je do kulturní místnosti, kde se konalo oficiální zahájení. Účastníkům zde bylo vysvětleno, co se bude o víkendů dít, jak bude vše organizováno a co se smí dělat a hlavně co se dělat nesmí, například páráni matrací.

Na dobrou noc si organizátoři přichystali jednoduchou rozehrívací úlohu.

Úloha 2. (7 bodů): Na tabuli jsou napsána čísla od jedné do dvacetinasobku šestého nejmenšího prvočísla. Určete součet všech vypsaných sudých čísel.

Druhý den ráno snídaly holky jenom jogurt. Jako trest za ničení matrací nedostaly rohlíky.

„To máme být celý den o hladu?“ zoufala Aďa.

„Neboj, oběd je hned po přednáškách,“ utěšovala ji Terka.

„A jak se mám asi soustředit na přednášky, když mi bude celou dobu kručet v břiše?“

„Na to jste měly myslet, než jste začaly párat, co vám přišlo pod ruku,“ ozvalo se od organizátorského stolu.

„Byla to jenom jedna matrace! A navíc to bylo pro vědu!“

„No to určitě“ yy „Nechte to být holky,“ uklidňovala situaci Bětka, „jednu menší snídani přežijeme.“

„Hele, kdo jsou ti dva kluci, kteří pořád říkají náhodná čísla?“ ukázala Zuzka na druhou stranu jídelny.

„Ty znám ze školy, to jsou Michal a Tom. Jsou to trochu podivíni, určitě zase hrají nějakou matematickou hru.“



Úloha 3. (8 bodů): Michal a Tom mají každý jedno přirozené číslo, přičemž čísla jsou různá a jejich součtem je dvojciferné číslo. Michal prohlásil, že nedokáže určit, kdo z nich má větší číslo. Tom odpověděl, že ani on to nedovede určit, ale prozradil, že jeho číslo je dělitelné 20. Michal se zaradoval a řekl, že nyní na 100% ví, jaký je součet jejich čísel. Čemu se součet rovná, pokud oba uvažovali bezchybně?

„Myslíš, že je to fakt baví?“ odmítala uvěřit Terka.

„Asi jo.“

Po nepříliš vydatné snídani následovaly přednášky, které většině účastníků pořádně zamotaly hlavu. U oběda představila Bětka své spolubydlící Aloisovi. Všech pět jich pak vytvořilo skvělý tým na odpolední program, který s přehledem vyhráli.

Hned jak se dovečeřelo, přišla poslední výzva dne, večerní týmová úloha. Organizátoři přinesli do kulturní místnosti krabici s kostkami a Tom týmům zadal úkol.

Úloha 4. (6 bodů): Máme hromadu shodných krychlí o hraně délky x , ze kterých skládáme větší útvar tak, že začínáme s pouhou jednou krychlí a v každém kroku ke každé jeho volné stěně připojíme další krychlí, tak aby byla zarovnána s jejími hranami. Jaký povrch bude mít toto těleso po 4 krocích a z kolika krychlí bude složeno?

Všichni si mysleli, že to bude úkol jednoduchý, protože kostky vypadaly přístupně, ale ukázalo se, že jsou jen pro organizátory. Ti účastníkům ukázali princip úlohy a pak si s kostkami hráli sami.

Bětce a jejímu týmu se úkol podařilo vyřešit svízňe, ale nejrychlejší nebyli. Soutěžili teď o první místo s dalším týmem, vše se mělo rozhodnout v sobotu.

U sobotního oběda se projevila fatální chyba KoKoSu. Nikdo z organizátorů neuměl pořádně vařit a účastníci tak už druhý den odmítali jíst.

„Já věděla, že budeme o hladu,“ brblala zase Ada. „Zajímalo by mě, kdo je učil vařit. I já bych zvládla něco lepšího.“

„Můžeme si objednat pizzu, tady v Bílovci dělají dobrou,“ využila své znalosti okolí Bětka. „Máte peníze?“

„Jenom tunu drobných,“ povzdychla si Terka.

„Nevadí, na to jsou tady uzpůsobení.“

Úloha 5. (7 bodů): Na intru mají speciální stroj na měnění mincí za papírové bankovky. Nejprve se vhozená částka zaokrouhlí na desítky. Takto získaná hodnota se zaokrouhlí na stovky. A potom ještě na tisíce. Výsledná částka je vyplacena v bankovkách. Bětka se rozčílovala, že ji KokoSácký měnicí stroj pořádně „podvedl“. Nasypala do něj celý skromný majetek svých spolubydlících a stroj jí vrátil jen přibližně 69% (zaokrouhleno na celá procenta) toho, co do něj vhodila. Kolik KokoSáckých korun mohla do stroje nasypat?



Plán na pizzu nevyšel. Když teď většina týmovým úspor ležela v KoKoSáckém stroji, museli se snažit nakrmit z oficiálního jídla. Hladoví se pak účastnili odpoledního programu.

Naneštěstí se zrovna hrála šířovačka, což znamenalo běhání po celém Bílovci a navíc v blátě. Celá hra byla tak komplikovaná, že na konci nikdo nevěděl, kdo vlastně vyhrál. Organizátoři se to rozhodli utajit, aby zítřejší vyhlášení bylo překvapením.

Unavení účastníci šli po večeri okamžitě spát. V jednu hodinu ráno sice proběhl jakýsi pokus o noční hru, ale polovina týmů se ani nezbudila a druhá polovina se jenom šourala z místa na místo.

Poslední den se už jen uklízelo. Vyhlášovaly se jakési výsledky týmových her, na ty však v pořádkovém shonu nikdo neměl čas. Sbírala se prostěradla a povleky, vysávalo se, balilo se a vynášely se odpadky.

Úloha 6. (6 bodů): Jakou část objemu popelnice (procenty) zaberou odpadky, je-li plná? Popelnice má tvar podle obrázku, vysoká je 2,5 m a šířka je stejná jako hloubka a to 1 m. Počítejme s tím, že útvar nahoře je přesná polokoule. 50,460 dm^3 z celkového objemu popelnice zůstane však vždy nevyužito.

Organizátorům se nakonec povedlo všechny nahnat do kulturní místnosti a vyhlášení mohlo proběhnout. Bětčin tým se radoval. Vyhráli první místo, ke kterému jako odměnu dostali nejrůznější pochutiny, což po dvou dnech hladu přišlo vhod.

V poledne všichni odjeli. Bětka se rozloučila se spolubydlícími, slíbily si, že si budou psát. S Aloisem pak šla domů.

„Tak vidíš, přespávat ve škole není tak strašné.“

„No jo, jenom mi připomeň, ať si příště vezmu víc jídla.“

Se smíchem se rozloučili a šli každý po svých. Samozřejmě už se těšili na příští matematické soustředění.

Řešení úloh 4. série pošlete do 2.4.2018 na známou adresu:

KoKoS

Gymnázium Mikuláše Koperníka

17. listopadu 526

743 01 Bílovec

Autorská řešení 3. série

Úloha 1.

Uřčeme si vyhrávající a prohrávající pozice z pohledu Maria. Pokud bude na tahu a na hromádce bude zbývat jedna nebo dvě zápalky, tak určitě prohrál. Vyhrál by jen v případě, kdyby na stole byly 3 nebo 5 zápalek. Pro počty 4, 6, 7, 8, 9, 10 a vyšší taktéž platí, že by prohrál, protože ať udělá jakýkoliv tah, tak ho může druhý hráč dostat do pozice, která je pro něj nutně prohrávající. Bez ohledu a tom kdo začíná má Brothers vyhrávající strategii, pokud je na začátku počet zápalek větší než 10.

Michal

Úloha 2.

Uřčeme si tabulku vyhrávajících a prohrávajících pozicí pro hráče, který je zrovna na tahu. (viz PiRoH – 3. série)

<i>P</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>P</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>

Zde vidíme, že se vyhrávající a prohrávající pozice pravidelně mění a to 2 prohrávající a následně 5 vyhrávajících. Vidíme, že pro každý počet zápalek dělitelný sedmi je pozice prohrávající, takže i pro počet zápalek 91 je pozice prohrávající. Vyhrávající strategii má druhý hráč.

Kika

Úloha 3.

Nejdříve si tabulku rozeberme od konce, které pozice jsou vyhrávající - V a které prohrávající - P. Můžeme je ihned zakreslovat na hrací plochu. Koncová pozice je opět jediná a je prohrávající. Dále můžeme rozhodnout o všech zbývajících pozicích v levém sloupci a v horním řádku – z těch je totiž možné se jedním tahem dostat do levého horního rohu a donutit soupeře prohrát.

<i>P</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>V</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>V</i>	<i>V</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>P</i>	<i>V</i>	<i>V</i>
<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>P</i>	<i>V</i>
<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>V</i>	<i>P</i>

Všechny přípustné tahy z políčka (2, 6) vedou do již označených pozic. Ty jsou všechny vyhrávající, tudíž (2, 6) je prohrávající. Díky tomu jsou neoznačená pole ve druhém sloupci i v šestém řádku vyhrávající. Opakováním těchto úvah dospějeme k závěru, že naše startovní pozice – pravý dolní roh – je prohrávající. Vyhrávající strategii má druhý hráč a můžeme ji popsat slovy „udržuj“ věž na šikmé diagonále.

Bára

Úloha 4.

Vyhrávající strategii má Kuba, protože může začít hru položením mince přesně doprostřed stolu a následně může dělat všechny tahy středově souměrně, kde střed je mince uprostřed, s Jirkovými tahy. (tzn. Pokud Jirka položí minci do pravého horní rohu, Kuba položí minci do levého dolního rohu, apod.) Takhle má Kuba zaručeno, že mu nikdy nedojdou tahy jako prvnímu.

Kuba

Úloha 5.

Řešení této úlohy je založeno na řešení úlohy 2 v PiRoHu. Uvažujeme nejprve případ, že máme jen 1 hromádku. V tomto případě bude mít Alois vyhrávající strategii pouze pro případy, kdy $k + 1$ je dělitelem čísla 420, protože po každém tahu Bětky může Alois odebrat takový počet zápalek, aby na stole zbyl počet dělitelný $k + 1$. Což vede k tomu, že Alois musí udělat poslední tah a Bětka už žádný další nemá. Alois má v tomto případě vyhrávající strategii, pokud je k rovno: 2, 3, 4, 5, 6, 9, 11, 13, 14, 19, 20, 27, 29, 34, 41, 59, 69, 83, 104, 139, 209, 419. Ukažme si teď proč pro tyto k bude mít Alois vyhrávající strategii i pro libovolný počet hromádek $2n + 1$. Alois se bude držet stejné strategie jako v prvním případě a to takové, ať udělá Bětka jakýkoli tah, tak Alois odebere ve stejné hromádce tolik zápalek, aby následně byl počet zápalek v hromádce dělitelný $k + 1$.

Tom

Úloha 6.

Celou čokoládu vyhraje Max, protože může začít, tak že rozlomí čokoládu na půl a následně ať udělá Magda jakýkoli tah, tak Max udělá symetrický tah na druhé půlce čokolády. Tím si zaručí, že mu nikdy nedojdou tahy jako prvnímu.

Jirka