

# KOKOS

31.ročník      ★      1.leták

Milý řešiteli!

Máš rád matematiku? Baví Tě řešit neobvyklé příklady na které by si spolužáci netroufli? Tak to máš štěstí: Právě držíš leták první série **KO**perníkova **KO**respondečního Semináře. KoKoS Ti nabízí sadu matematických oříšků, na kterých můžeš zdokonalit své matematické schopnosti, a možnost zažít napínavý příběh; doslova na vlastní kůži! Skrze náš seminář můžeš porovnat své vědomosti s vrstevníky po celé republice a poznat lidi se stejným zápalem pro matematiku. Než se však s chutí pustíš do řešení, doporučujeme Ti přečíst si pravidla našeho semináře, kterými se každý správný KoKoSák za všech okolností řídí:

- KoKoS je celonárodní matematická korespondenční soutěž pro žáky 6. – 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.
- Ročník je rozdělen do šesti sérií. V každé sérii Ti zašleme leták se zadáním úloh. Ty je vyřešíš a pošleš nám je poštou zpět. My je opravíme, ohodnotíme a zašleme Ti je zase nazpátek spolu se zadáním další série.
- Na řešení máš vždy několik týdnů. Toto je první série, jejíž uzávěrka je **28. října**. Rádi bychom Ti dali více času, ale podzimní soustředění spěchá.
- Jednotlivé příklady piš na papíry formátu A4 nebo A5. **Na každý papír piš řešení pouze jednoho příkladu!** Více příkladů na jednom papíru nám přidává práci a vzhledem k počtu řešitelů se takovými řešeními nemůžeme a nebudeme zabývat!
- U každé úlohy připiš **do levého horního rohu** své jméno, příjmení, **číslo série a úlohy** a navíc i adresu k Tobě do školy nebo domů – podle toho, kam si necháváš zasílat opravená řešení.
- U každého příkladu musíš pečlivě vylíčit postup řešení. Uvedeš-li pouze výsledek nebo nezdůvodníš-li dostatečně své závěry, nemusíme Tvé řešení považovat za kompletní a úplné – zbytečně poté ztrácíš body!

- Do našeho semináře se můžeš přihlásit kdykoliv, i v průběhu. Také nemusíš nutně odeslat všechny série nebo úlohy (i když poté Tě asi ve výsledkové listině předběhnou usilovnější řešitelé). Vždy ale musíš před prvním odesláním řešení (tedy jednou za ročník) **vyplnit internetovou přihlášku!** Tu najdeš na adrese <http://kokos.gmk.cz/prihlaska>. Letos se již nelze přihlašovat pomocí klasické papírové přihlášky, a tudíž je internetová přihláška jediný možný způsob, jak se do semináře přihlásit. Řešeními, která odešleš, aniž by ses řádně přihlásil, se nezabýváme.
- Vyplatí se pravidelně sledovat naše webové stránky <http://kokos.gmk.cz>. Najdeš zde aktuální informace o průběhu soutěže a také diskusní fórum, které můžeš použít, nebudeš-li úloze rozumět, apod. Pokud se v zadání některého příkladu objeví chyba, zveřejňujeme opravy právě na těchto stránkách.
- Pokud Vás bude z jedné školy více řešitelů, bylo by pro Vás i pro nás vhodné, abyste svá řešení posílali jednotně prostřednictvím školy, tzn. v jedné obálce. My Vám poté zašleme opravené úlohy zase zpátky v jedné obálce. Toto není závazná podmínka, ale šetříte sobě i nám práci i peníze. Děkujeme!
- Systém bodování je stejný jako v uplynulém roce. V zadání příkladu vždy najdeš maximální počet bodů, který za něj můžeš získat. Pokud příklad nedokážeš vyřešit úplně, ale uděláš alespoň nějaký pokrok, přisoudíme Ti odpovídající část bodů. Maximální bodový zisk za jednu sérii je vždy 42 bodů.
- Každý ročník (6. – 9.) má svou vlastní výsledkovou listinu, aby nižší ročníky nebyly znevýhodněny.
- Úspěšným řešitelem KoKoSu se stává ten, kdo alespoň ve třech sériích získá alespoň 25 bodů.

Hodně štěstí a zábavy při řešení Ti přejí Tví organizátoři.

## Zadání úloh

První den školního roku v Bílovci ještě doznívalo letní počasí, ale prosluněné dny pomalu ustupovaly chladnějším a deštivějším. Ještě však bylo dost teplo, aby se Jirka při cestě od nádraží ke gymnplu zapotil, bílovecký kopec není pro slabochy.

Bílovec se přes léto příliš nezměnil. Pár domů mělo nové fasády, ale někdo si na nich vyhrál se spreji a pokusil se vytvořit podivná umělecká díla. Vypadalo to, že vandalismus se opravdu rozmohl.

Škola se nezměnila vůbec. Jirka právě začínal svůj druhý rok na gymnplu a doufal, že se objeví něco nového, co by ho vyvedlo ze smutku z konce prázdnin. Stejná třída, stejní učitelé, stejní spolužáci, na co se má člověk těšit?

„Hej Jirko, co ten smutný obličej?“ K Jirkovi si přisedl Pepa, jeho spolužák.

„Jenom truchlím za prázdniny.“

„Co s prázdninama?“ zasmál se Pepa. „Ve škole je větší čurina.“

„Chodíme na stejnou školu?“

„Já myslím, že se do školy budeš těšit, minulý rok jsi vypadal docela zapáleně.“

„Baví mě matika, tím končím.“

„Ještě budeš rád, že je zase školní rok, uvidíš.“

„No to jsem zvědavý.“

Začalo zvonit, třídní vešla do třídy. Z rozhlasu se ozval hlas ředitele, aby je na škole opět uvítal. Půl hodiny se zabilo čtením školního řádu a dalších dvacet minut proslovem o chování a studiu. A pak bylo po všem, školní rok zahájen, jděte si zase po svých, dneska už vás tady nikdo nechce.

Jirka chtěl jet domů, ale další vlak jel až za hodinu a půl, tak se rozhodl zkontrolovat si skříňku, spolužáci rádi kreslili po cizích dvířkách nebo zalepovali klíčové dírky. V šatně nikdo nebyl, všichni odcházeli co nejrychleji. Jirkova skříňka byla v pořádku, ležela pod ní však malá černá obálka.

Když se pro ni Jirka zohnul, všiml si, že je na ní velkými bílými písmeny napsáno jeho jméno. Otevřel ji a vytáhl bíle potištěný černý papír, na kterém stálo:

Jirko,

Už nějakou dobu sledujeme tvé úspěchy v matematice. Tvůj zájem schvaluje a podporujeme, musíš však pochopit, že matematika není pro každého. Tvá mladá mysl potřebuje správné vedení, aby se mohla matematicky rozvíjet. Pokud se rozhodneš přijmout naši pomoc, napiš na druhou stranu tohoto papíru řešení k následujícímu příkladu a polož ho pod zábradlí na třetí schod schodiště do šatny.

**Úloha 1.(5 bodů):** Franta si šetří na nové kolo, a tak si otevřel stánek s limonádou. První den limonáda stála 35 Kč a Franta si vydělal tolik, že mu ke koupi kola zbývalo 1125 Kč. Druhý den Franta limonádu zlevnil tak, že se nyní její cena rovnala osmi devítinám počtu zákazníků, kteří si ji koupili první den. Druhý den měl 112 zákazníků, vydělal si na celé kolo a ještě mu zbylo 37 Kč (a to pouze během tohoto dne). Kolik lidí si celkem koupilo limonádu a kolik Kč stálo kolo?

Ten vzkaz Jirku trochu vyděsil, kdo by nechával podivné matematické vzkazy pod jeho skříňkou? A žádný podpis? Jak má vědět, kdo mu vlastně píše? Pak mu ale začalo vrtat hlavou: Třeba je tohle to zpestření školy, které jsem hledal. Jelikož měl dost času, příklad vyřešil a odnesl na dané místo. Asi je to jenom vtip a nic z toho nebude, řekl si, uvidíme.

\* \* \*

První týden školy proběhl bez zajímavých zážitků, klasická rutina. Učitelé se rozhodli žáky strašit a tvrdit, o kolik těžší vyšší ročník bude. Studenti věděli, že to tak nebude, ale aby kantorům udělali radost, tvářili se zaskočeně, až vyděšeně, přičemž slibovali, že se budou snažit jako nikdy před tím.

Na černou obálku s tajemným vzkazem a příkladem Jirka úplně zapomněl. Už druhý den celou tu věc odepsal jako hloupý výstřelek. Druhý týden v pondělí první hodinu však našel pod lavicí přilepenou novou obálku.

Opět byla čistě černá, znova na ní bylo napsáno Jirkovo jméno velkými bílými písmeny, uvnitř ležel přeložený nový vzkaz. Přece jen to asi nebylo nic hloupého, konečně nějaká zábava. Než však stačil papír rozevřít, opřela se před ním o lavici Žofka.

„Uuuu, někdo ti píše milostné dopisy?“ řekla a s přihloupkým výrazem se pokusila mu obálku vytrhnout z ruky.

„Na černý papír? To by bylo zvláštní vyznání lásky.“ Rychle jí s dopisem uhnul a strčil si ho do aktovky.

„Lidé jsou různí. Někdo třeba vnímá černou jako radostnou barvu.“

„No to určitě,“ usklíbl se.

„No ták, kdo ti píše? S tím si dal někdo záležet, jde to vidět.“

„Nějací pošuci rozdávají tajné matematické příklady, nic pro tebe.“

Žofka se sice dál culila, ale Jirka si byl jistý, že jí ten hloupý škleb na chvílku zmrzнул, jako by si něco uvědomila. Hned se však vzpamatovala a povýšeně prohlásila: „Př, ta tvoje matika. Kdyby ses radši věnoval něčemu pořádnému.“ S tím se otočila na podpatku a odešla ke své lavici.

Když už ho nikdo neotravoval, mohl si Jirka konečně prohlédnout nový vzkaz.

Jirko,

jsme rádi, že ses rozhodl naši nabídkou přijmout. Nyní započne tvá cesta směrem k vyššímu matematickému porozumění. Začneme testováním tvých dovedností. Na konec vzkazu jsme dopsali dva příklady. Máš dva dny na to, abys je vyřešil, výsledky opět napiš zezadu na tento papír a vhoď ho do schránky domu 420 v ulici Zahradní.



**Úloha 2.(6 bodů):** Najdi nejmenší šestimístné číslo 157\_\_\_ , které je dělitelné 5, 6 a 8.

**Úloha 3.(7 bodů):** Dva kamarádi zjistili, že součin jejich věků dává 272. Kdyby měl starší o 4 roky více a mladší o čtyři roky méně, byl bych jejich součin věků roven 252. Jaký je jejich věkový rozdíl? Jaký je součet jejich věku dohromady?

Po Zahradní ulici chodil Jirka ze školy na nádraží, vyřešit příklady během školy určitě nebude problém a cestou domů je mohl odevzdat. K řešení využil hodinu dějepisu, pravěk nikoho nezajímá.

Jirka pořád uvažoval, kdo se asi baví vymýšlením příkladů pro nadané matematiky. Mohli by to být starší studenti? Nebo třeba učitelé? U oběda seděl sám a nad řízkem s bramborami nad celou situací dumal, když v tom mu přišla SMSka:

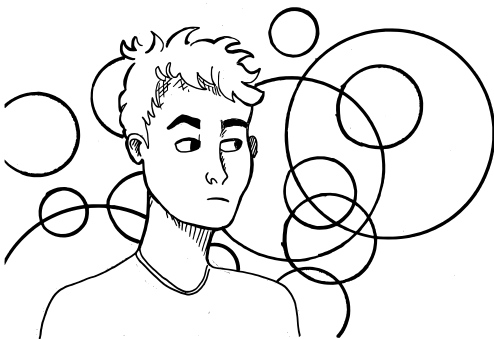
Dej si pozor, kdo tě učí a čí úlohy řešíš. Ne každý to myslí dobře.

Skryté číslo. Odkud vzali jeho? Jirka mobil skoro nepoužíval. Proč by jim záleželo na tom, že řeší pár příkladů navíc? A jak by někdo mohl učení myslet špatně?

Po poslední hodině v šatně opět narazil na Žofku.

„Jedeš rovnou domů, Jirko?“ zeptala se.

„Jo, chci si domova užít, než nás začnou ve škole moc hnát.“



„Prohlídni si po cestě všechny ty graffiti, co teď máme po Bílovci. Zdá se, že se tu přestěhoval nějaký šikovný pouliční umělec.“ Žofka na Jirku mrkla a odkráčela. Co to mělo znamenat?

Po cestě dolů po Zahradní se Jirka díval na graffiti a všiml si, že všechna byla nějakým způsobem matematická. Některá byla více umělecká, ale stále skrývala přesnou geometrickou strukturu. Ostatní byla přímo ukázkovými příklady rýsování, těžko uvěřit, že je

někdo sprejoval od ruky. Nejdivnější bylo, že ho na ně upozornila zrovna Žofka, která matematikou přímo opovrhovala.

U domu číslo 420 se zastavil a vhodil papír s výsledky do schránky. Už se chystal pokračovat v cestě, když si všiml, že garáž domu je posprejovaná tvary kružnic a nad nimi je malým písmem napsáno: *Pro Jirku*.

Drobným písmem v dolním rohu garáže bylo zadání dalšího příkladu:

**Úloha 4.(8 bodů):** Máme 4 shodné kružnice o poloměru  $r_1 = 10$  cm, z nichž každá se dotýká dalších dvou. V prostoru mezi kružnicemi vytvoříme menší kružnici, která se dotýká zbylých 4 kružnic. Kolem čtyř původních kružnic sestrojíme čtverec. Jaký poloměr má malá kružnice? Kolik procent ve čtverci zabírají kružnice?

Jirka se rozhlédl, aby se ujistil, že se nikdo neřídil, a černým fixem napsal pod zadání řešení. Rychle pak utíkal pryč, protože chtěl stihnout vlak a nechtěl být obviněn z vandalismu. Co by na to řekli doma?

\* \* \*

Druhého dne šel Jirka do školy přes náměstí. Vandalismus tam dosáhl nového měřítka. Na průčelí historické radnice se objevilo sedm perfektních soustředných heptagramů v různých odstínech tmavých barev. Před budovou stáli úředníci a policisté, kterým nezbylo nic než zoufale si prohlížet zničenou fasádu.

Jirka se jen podívil a dál pokračoval do školy. Zevnitř na dveřích své skříňky našel přilepenou další obálku.

Jirko,

Tvá řešení jsou skvělá. Musíme tě však varovat, úlohy zadané v graffitech nejsou od nás, neříď se jimi, mohlo by to s tebou dopadnout špatně. Pokud se chceš přidat k našemu spolku a odhalit nejhlubší tajemství matematiky, vyřeš tento poslední příklad, výsledek ti napoví, na koho se obrátit.

**Úloha 5.(7 bodů):** Dnes ráno došlo k aktu vandalismu a zadržení byli čtyři podezřelí: Bill, Alfons, Dan a Constance. Mohl to být kdokoli, nebo více z nich. Byli podrobeni výsledku na detektoru lži. Během výsledku Bill obvinil ze zločinu Dana. Constance prohlásila, že ona radnici neposprejovala. A poté odpovědi začaly být záhadnější. Alfons řekl: „Pokud zločin spáchala Constance, pak i Dan.“ Hned nato se ozval Dan: „Jestli zločin spáchala Constance, pak Bill ne.“ „Pokud spáchala zločin Constance s Billem, pak já také“ dodal Alfons. Nakonec, jakmile ostatní odešli Constance řekla, že všichni ostatní lhali a jen ona mluvila pravdu. Vyšetřovatelé zjistili, že detektor měl na všechny stejný „názor“ ohledně pravdivosti, ale štítek s popisem chyběl. Takže všichni buď mluvili pravdu, nebo lhali. Kdo posprejoval radnici?

Úlohy z graffitů že nebyly od nich? Kdo jiný by se snažil vymýšlet zadání tak složitým způsobem? Tohle se Jirkovy přestávalo líbit. Mohly to být dva různé spolky, které o něj soupeřily?

Jirka se bál pokračovat v příkladech a kontaktovat spolek černých obálek, aby nenaštval ty druhé. Jestli mezi nimi panovala napjatá atmosféra, nebyl by dobrý nápad

provokovat ani jednu stranu.

Tohle nechtěl riskovat sám. Co takhle seznat si na pomoc matematiky? To byl nápad! Minulý rok si na olympiádách našel hodně kamarádů se stejným zájmem, ti by mu určitě pomohli. Večer si najde jejich adresy a napíše jim dopisy.

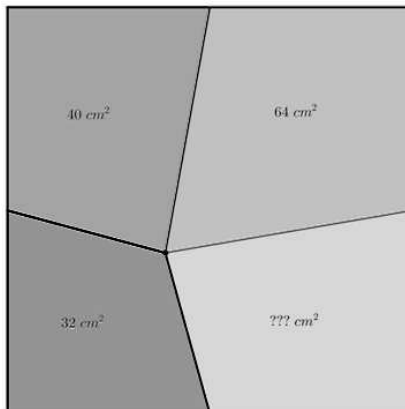
V češtině seděl Jirka s Pepou, který celou hodinu ani na chvíli nezavřel pusy.

„Tak co, už netruchlíš za prázdniny?“

„Už jsem to nějak překonal. Vypadá to, že školní rok nakonec nebude tak nudný.“

Pepa zahýbal obočím. „To rád slyším. Aspoň se nebudeš nudit.“

Doma se Jirka chystal psát dopisy. Nejdříve však potřeboval napsat domácí úkol z matematiky. V sešitě našel papír, který tam neuložil on. Psalo se na něm:



Dobře se rozhodni, na čí stranu se postavíš, Jirko. V černých obálkách sice najdeš temná matematická tajemství, ale za velkou cenu. My tě můžeme naučit čistou matematiku, bez fíglů a tajemství. Jestli se rozhodneš přidat se k nám, najdeš nás v domě, jehož číslo popisné najdeš vyřešením příloženého příkladu

**Úloha 6.(9 bodů):** Mějme čtverec s vnitřním bodem, který neleží na stranách čtverce. Tento bod postupně spojíme úsečkami se všemi středy stran čtverce. Tímto jsme čtverec rozdělili na 4 různé čtyřúhelníky, které mají obsahy:  $32 \text{ cm}^2$ ,  $40 \text{ cm}^2$  a  $64 \text{ cm}^2$  (viz obr). Určete obsah posledního čtyřúhelníku.

Tohle bylo na Jirku trochu moc. Matematická tajemství? Jaká cena? Co to mělo všechno znamenat? Vůbec se nechtěl zaplést do jakési místní matematické války. Nezbyvalo mu nic jiného než povolat své kamarády, ve více lidech si bude jistější. Dal se tedy do psaní dopisů.

*Drazí matematici,*

*Píší Vám z Bílovce, abych Vás požádal o pomoc. Zdá se, že se zde vytvořily soupeřící matematické spolky, které se mě snaží naverbovat. Nechci se do ničeho vrhat sám, bez podpory. Proto se obracím na Vás. Na konci října budeme mít podzimní prázdniny, budu Vám vděčný, když přijedete a pomůžete mi vyřešit místní záhady. Ubytování zařídím. Odpovídejte prosím co nejrychleji.*

*S pozdravem  
Jirka*

## Podzimní soustředění

Milý řešiteli, abychom Ti ještě více přiblížili náš korespondenční seminář KoKoS a zároveň ocenili Tvou snahu, připravujeme pro Tebe (a další řešitele) podzimní soustředění! Jedná se o 6 dnů vyplněných zábavou, hrami, a také přednáškami o zajímavých zákoutích matematiky, kam jsi třeba ještě nikdy nezabloudil.

Ve dnech 25. – 30. října (podzimní prázdniny) na tebe čeká nabitý program a spousta nových přátel ze semináře. Soustředění se již tradičně koná v budově Domova mládeže při Gymnáziu Mikuláše Koperníka v Bílovci, a to pod pedagogickým dohledem za organizace studentů gymnázia.

Cena, pro letošek stanovená na 500 Kč, zahrnuje veškerý program včetně stravy a ubytování. Pokud máš jakékoliv otázky, neváhej se obrátit na náš email [gmkkokos@seznam.cz](mailto:gmkkokos@seznam.cz), kde Ti rádi všechno vysvětlíme. Pokud je Ti vše jasné, vyplň naši internetovou přihlášku, kterou najdeš na <http://kokos.gmk.cz/soustredeni>. Poté, co ji obdržíme, Ti do několika dnů zašleme email s podrobnými informacemi.

Těšíme se na Tebe!

*Organizátoři*

*Řešení úloh 1. série pošlete do 28.10.2018 na známou adresu:*

KoKoS

Gymnázium Mikuláše Koperníka

17. listopadu 526

743 11 Bílovec