

# KOKOS

32.ročník      ★      1.leták

Milý řešiteli!

Prázdniny utekly jako voda a je pro Tebe nachystán nový ročník KOperníkova KOresponzenčního Semináře – KoKoSu. Jako obvykle Ti přinášíme sadu matematických oříšků doprovázenou napínavým příběhem a matematickým Pirohem, který ti napoví při řešení různých úloh. Navíc Ti hned v této sérii nabídneme, jako odměnu za Tvou snahu, účast na našich KoKoSových Prázdninách (podrobnosti nalezněš na zadní stránce). Pokud budeš v našem semináři opravdu úspěšný a dosáhneš ve výsledkové listině na medailová místa, dostaneš navíc na konci školního roku pěkné ceny, a to už stojí za to! Chceš poměřit své síly se svými vrstevníky z celé republiky? Směle do toho! Nejdříve Ti ale doporučujeme přečíst si pravidla našeho semináře, kterými se každý správný KoKoSák za každých okolností řídí:

- KoKoS je celonárodní matematická korespondenční soutěž pro žáky 6. – 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.
- Ročník je rozdělen do pěti sérií. V každé sérii Ti zašleme leták se zadáním úloh. Ty je vyřešíš a pošleš nám je zpět. My je opravíme, ohodnotíme a zašleme Ti je zase nazpátek spolu se zadáním další série.
- Řešení nám můžeš posílat poštou, nebo přes internet. Poté, co se zaregistruješ do semináře, od nás e-mailem obdržíš přihlašovací údaje ke svému účtu. Pomocí těch se přihlíšíš na **kokos.gmk.cz/login** a jednoduše nám svá řešení pošleš.
- Na řešení máš vždy několik týdnů. Toto je první série, jejíž uzávěrka je **18. listopadu**. Rádi bychom Ti dali více času, ale KOPR spěchá.
- Jednotlivé příklady piš na papíry formátu A4 nebo A5. **Na každý papír piš řešení pouze jednoho příkladu!** Více příkladů na jednom papíru nám přidává práci a vzhledem k počtu řešitelů se takovými řešeními nemůžeme a nebudeme zabývat!

- U každé úlohy připiš **do levého horního rohu** své jméno, příjmení, **číslo série a úlohy** a navíc i adresu k Tobě do školy nebo domů – podle toho, kam si necháváš zasílat opravená řešení.
- U každého příkladu musíš pečlivě vylíčit postup řešení. Uvedeš-li pouze výsledek nebo nezdůvodníš-li dostatečně své závěry, nemusíme Tvé řešení považovat za kompletní a úplné – zbytečně poté ztrácíš body!
- V zadání příkladu vždy nalezněš maximální počet bodů, který za něj můžeš získat. Pokud příklad nedokážeš vyřešit úplně, ale uděláš alespoň nějaký pokrok, přisoudíme Ti odpovídající část bodů. Maximální bodový zisk za jednu sérii je vždy 40 bodů.
- Do našeho semináře se můžeš přihlásit kdykoliv, i v průběhu roku. Také nemusíš nutně odeslat všechny série nebo úlohy (i když poté Tě asi ve výsledkové listině předběhnou usilovnější řešitelé). Vždy ale musíš před prvním odesláním řešení (tedy pokud KoKoS řešíš poprvé) **vyplnit internetovou přihlášku!** Tu najdeš na adrese <http://kokos.gmk.cz/prihlaska>. Pokud už jsi vyplnil přihlášku v minulých ročnících, nemusíš to dělat znovu. Řešeními, která odešleš, aniž by ses řádně přihlásil, se nezabýváme.
- Vyplatí se pravidelně sledovat naše webové stránky <http://kokos.gmk.cz>. Najdeš zde aktuální informace o průběhu soutěže a také diskusní fórum, které můžeš použít, nebudeš-li úloze rozumět apod. Pokud se v zadání některého příkladu objeví chyba, zveřejňujeme opravy právě na těchto stránkách.
- Pokud Vás bude z jedné školy více řešitelů, bylo by pro Vás i pro nás vhodné, abyste svá řešení posílali jednotně prostřednictvím školy, tzn. v jedné obálce. My Vám poté zašleme opravené úlohy zase zpátky v jedné obálce. Toto není závazná podmínka, ale šetříte sobě i nám práci i peníze. Děkujeme!
- Každý ročník (6. – 9.) má svou vlastní výsledkovou listinu, aby nižší ročníky nebyly znevýhodněny.
- Úspěšným řešitelem KoKoSu se stává ten, kdo získá za celý ročník 81 bodů a více. A nebo bude úspěšně řešit tři série – což znamená, že v každé z nich obdrží plné bodové ohodnocení alespoň ve dvou příkladech.

Hodně štěstí a zábavy při řešení Ti přejí Tví organizátoři:

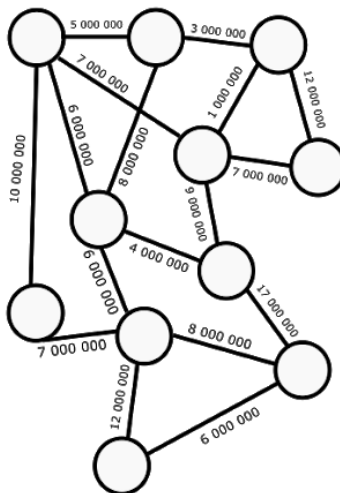
*Verča, Eliška, Silva, Terka, Martička, Míma, Majda, Štěpán, Zuzka, Zuza,  
Eliška (var. starší), Hanka, Magda, Kop, Ondra, Max a Kuba*

## Zadání úloh

Bylo teplé podzimní odpoledne a Tom se připravoval na odjezd. Už brzy by měl přijet jeho kamarád Lukáš, a pak společně vyrazí na cestu. Byl to výlet, na který se už dlouho těšil. Víkend, který měl strávit na horách s kamarády ze školy. Při rozjímání nad následujícími dny ho však vyrušil hlasitý výkřik. „Ahoj!“ volal na něj mávající Lukáš přibíhaje po cestě. „Nazdar! Tak co, těšíš se?“ odpověděl Tom. „Že se ptáš! Nejrady bych tam už byl, ale co nadělám, budu to muset ještě vydržet. A co ty? Vypadáš, že jsi se ještě ani nesbalil!“ smál se Lukáš. Tom se cítil trochu dotčen — byl přece pověstný svou dochvilností, a tak se rozhodl, že jelikož měli na odjezd spoustu času, dá mu pořádný příklad, aby ho na chvíli zabavil. Věděl totiž, že Lukáš, stejně jako on sám, nedokáže pěkně zapeklitému příkladu odolat.

**Úloha 1. (8 bodů):** Pokud z pětimístného čísla, které končí nulou, vyškrtneme všechny číslice 8 a nahradíme je nulou, dostaneme číslo 1617 krát menší. Jaké je původní číslo?

„Hotovo!“ zaradoval se Lukáš. „Ale až moc lehké, nemyslíš?“ „To bylo jen tak na rozehrání,“ odpověděl usmívající se Tom. „Teď musíme vymyslet to těžší. Jak přesně pojedeme?“ Kluci ještě neměli vymyšlené, jak se na chatu dostanou. Ono dostat se tam nebylo až tak těžké, ale způsobů bylo mnoho. A Tom s Lukášem chtěli využít té nejlepší možné kombinace dopravy. Tom tedy nastartoval svůj výjimečně výkonný počítač a dali se do práce. Sestavili mapu, ve které byla města, kterými musí projet, zastoupena body, a jejich spojnice byly hodnotou vytvořenou z porovnávání délky cesty a její ceny.



**Úloha 2. (8 bodů):** Najděte nejvýhodnější cestu pro Toma s Lukášem. To znamená způsob, kterým propojíte všechny body dohromady a využijete přitom spojnic s co nejmenší možnou hodnotou.

Po krátké chvilce se jim povedlo sestavit jednoduchý počítačový algoritmus k řešení úlohy. Spokojeni se svým řešením se vydali na vlak. Po cestě si už pak jen povídali o nadcházejícím víkendu. Jeli na chatu do blízkých Jeseníků, nádherného a starobylého pohoří na severu Moravy. Byla to chata rodičů jednoho z jejich kamarádů, Vaška. Vašek spolu s Katkou a Terkou přijeli na chatu již dopoledne. Tom s Lukášem se na ně moc těšili, zvláště proto, že se s Katkou znali z dětství, ale teď chodila na školu v jiném městě,

a tak se s ní často nevidali. Přemýšleli, co všechno můžou na chatě během volných dnů podniknout — zajít si na houby, jít do kina v nedalekém městečku nebo rybařit do blízkého rybníka. Lukáš zasněně vyhlédl z okna na plynoucí krajinu. Při zpětném pohledu do vagónu si povšiml kluka v zeleném svetru s velkými kulatými brýlemi, jak usilovně hledí do bločku položeného na malém stolečku. „Pssst,“ šfouchl do Toma. „Máš lepší výhled. Podívej se, co tam řeší,“ zašeptal. Tom se tedy nenápadně naklonil a zjistil, že kluk řeší matematický příklad.

**Úloha 3. (6 bodů):** Je dán trojúhelník  $ABC$ ,  $P$  je pata výšky z vrcholu  $C$ . Z bodu  $P$  vedeme kolmice  $p$ ,  $q$  na přímky  $BC$  a  $AC$  (v tomto pořadí). Nechť je  $X$  průsečík přímky  $BC$  s přímkou  $p$ ,  $Y$  průsečík přímky  $AC$  s přímkou  $q$ . Vypočítej velikost úhlu  $\sphericalangle ACB$ , jestliže  $|\sphericalangle APY| + |\sphericalangle BPX| = 35^\circ$ .



Do klukova příkladu byli tak zabraní, až přejeli stanici, kde měli vystupovat. Museli pak čekat další vlak, který je doveze zpátky. Byla tam však krásná nádražní budova se zdobenou fasádou. Měla ozdobná kovová zábradlí, propracované římsy okolo oken a u každého okna truhlík s překrásnými červenými muškáty. Dominantou nádraží byly velké nádražní hodiny. Tom je chvíli sledoval. Pozoroval, jak ručičky pomalu postupují

vперед a napadla ho zajímavá otázka. Ručičky těchto hodin ukážou přesně na číslici čtyři dvacet šestkrát za den, jak dlouho by se čtyřka zobrazovala na digitálních hodinkách?

**Úloha 4. (6 bodů):** Digitální hodinky ukazují čas v hodinách a minutách v 24hodinovém formátu. Kolik minut denně se na nich vyskytuje alespoň jedna čtyřka?

Zničehonic „přifuněl“ vlak. Kluci rychle naskočili a usadili se v pohodlném kupé. Zbytek cesty vlakem uběhl bez problémů a velice rychle se dostali do malého městečka jménem Telgart. Od této chvíle museli jít pěšky. Drželi se popisu cesty, který jim dal Vašek. Vyšli za město, prošli skrz louku a pokračovali po pěšině lesem. Po chvíli došli k rozcestí a dali se vpravo směrem nahoru do kopce. Brzy se ke stezce přidal svěží horský potůček. Došli ke krásné dřevěné chatě zasazené v prudkém svahu. Všude kolem ní rostly lesní jahody a ve vstupu dokonce velké a sladké maliny. Jakmile přišli blíže, všimli si, že z komína pomalu stoupá bílý kouř. Tom s Lukášem vyšli po schodech k hlavním dveřím. Zaklepalí a vešli. Vašek s Katkou seděli u krbu a Terka se skláněla nad nějakými papíry u psacího stolu. Poté co se se všemi přivítali, si Tom přisedl k ostatním ke krbu. Lukáš byl zvědavý a šel se kouknout, co to vlastně Terka u psacího stolu dělá. Hned potom, co přišel blíž a všiml si velkého DŮ na Terčiných papírech, zakroutil hlavou. „Víkend, a ty tu děláš úkoly. Styď se!“ „Za prvé jsou dobrovolné, a za druhé jsou protivně těžké.“ ohradila se Terka, stále ponořená do úloh. „Prosím tě...“ na to znalecky Lukáš a dal se do řešení.

**Úloha 5. (5 bodů):** Petr, Pavel, Patrik a Pepa hráli kuličky. Po konci hry měl Petr o 8 kuliček méně, než byla polovina všech kuliček, Pavel měl pětinu všech kuliček a k tomu ještě 3 navíc, Patrik dvakrát méně než Petr a Pepa o jednu kuličku více než Patrik. Které z dětí mělo na konci hry nejméně a které nejvíce kuliček?

**Úloha 6. (7 bodů):** Trojúhelník je skoro pravoúhlý, jestliže se alespoň jeden jeho vnitřní úhel od pravého úhlu liší o 15 nebo méně stupňů. Trojúhelník je skoro rovnoramenný, jestliže se úhly u základny liší o 15 nebo méně stupňů. Existuje nějaký trojúhelník, který není skoro pravoúhlý ani skoro rovnoramenný? Zdůvodněte!

Lukáš velmi rychle přišel na první úlohu, ale ta druhá mu dávala zabrat. Trojúhelníky se kroutily do nepřírozených tvarů, rýsoval tak urputně, až zlomil tužku napůl, zkrátka nevěděl, co si s těmi všemi skoro počít... Byla to nakonec Terka, kdo přišel na druhou úlohu a obdařila Lukáše lehce samolibým úsměvem. Lukáš s pochroumaným egem si sedl ke krbu a uraženě pozoroval plamínky tančící po hořícím polenu, ale po chvíli už se zase zvesela pustil do hovoru s ostatními. Večer jim příjemně ubíhal, až se nakonec Vašek ve svém křesle dlouze protáhl a zívá: „Chce seuumispáaat.“ Opravdu už se docela připozdilo, všichni byli z cesty unavení a shodli se, že je čas jít na kutě.

*Řešení úloh 1. série pošlete do 18. 11. 2019 na známou adresu:*

KoKoS

Gymnázium Mikuláše Koperníka

17. listopadu 526

743 01 Bílovec

## Podzimní soustředění

Milý řešiteli, abychom Ti ještě více přiblížili náš korespondenční seminář KoKoS a zároveň ocenili Tvou snahu, připravujeme pro Tebe (a další řešitele) podzimní soustředění! Jedná se o 5 dnů vyplněných zábavou, hrami, a také přednáškami ze zajímavých zákoutích matematiky, kam jsi třeba ještě nikdy nezabloudil.

Ve dnech 20. – 24. listopadu na tebe čeká nabitý program a spousta nových přátel ze semináře. Soustředění se již tradičně koná v budově Domova mládeže při Gymnáziu Mikuláše Koperníka v Bílovci, a to pod pedagogickým dohledem za organizace studentů gymnázia.

Cena, pro letošek stanovená na 500 Kč, zahrnuje veškerý program včetně stravy a ubytování. Pokud máš jakékoliv otázky, neváhej se obrátit na náš email *gmkkokos@seznam.cz*, kde Ti rádi všechno vysvětlíme. Pokud je Ti vše jasné, vyplň naši internetovou přihlášku, kterou najdeš na <http://kokos.gmk.cz/soustredeni>. Poté, co ji obdržíme, Ti do několika dnů zašleme email s podrobnými informacemi.

Těšíme se na Tebe!

*Organizátoři*

## Memoriál Šárky Pravdové

Memoriál je týmová matematická soutěž pořádaná Gymnáziem Mikuláše Koperníka v Bílovci. Soutěž je koncipovaná pro tříčlenné nebo čtyřčlenné týmy, které reprezentují své školy. Každoročně tato soutěž připomíná výjimečnou osobu z řad pedagogů, která dlouhodobě působila na naší škole a podlehla zákeřné nemoci.

### pravidla soutěže

Na začátku soutěže obdrží každý tým zadání šesti příkladů. Jakmile tým dospěje u některého z nich ke správnému, většinou číselnému výsledku, dostane zadání dalšího, který je o něco obtížnější než příklad předchozí. Kdo vyřeší v časovém limitu nejvíce příkladů, vyhrává.

Soutěž má dvě kategorie: pro mladší žáky z 6. a 7. ročníku a pro starší žáky z 8. a 9. ročníku. Každá škola může postavit po jednom týmu v kategorii.

### datum konání

- pátek 15. listopadu

### místo konání

- Gymnázium Mikuláše Koperníka, 17. Listopadu 526, Bílovec

### průběh akce

- příjezd a prezenze týmů
- slavnostní přivítání, vysvětlení pravidel
- soutěž
- obědová pauza
- vyhlášení a ukončení akce (brzké odpolední hodiny)

\*) Pro všechny účastníky bude zajištěna drobná svačinka (převzetí při příjezdu) a následně oběd z místní jídelny ZDARMA. V průběhu celé akce bude zajištěno i občerstvení pro doprovod v prostorách školy s možností zakoupit si oběd.