

KOKOS

33. ročník ★ 1. leták

Milý řešiteli!

Po prodlouženém volna je pro Tebe nachystán nový ročník KOperníkova KOrespondenčního Semináře - KOKOSu. Jako obvykle Ti přinášíme sadu matematických oříšků doprovázenou napínavým příběhem. Navíc Ti hned v této sérii nabídneme, jako odměnu za Tvou snahu, účast na našem soustředění (podrobnosti nalezeš na zadní stránce). Pokud budeš v našem semináři opravdu úspěšný a dosáhneš ve výsledkové listině na medailová místa, dostaneš navíc na konci školního roku pěkné ceny, a to už stojí za to! Chceš poměřit své síly s Tvými vrstevníky z celé republiky? Směle do toho! Nejdříve Ti ale doporučujeme přečíst si pravidla našeho semináře, kterými se každý správný KoKoSák za každých okolností řídí:

- KoKoS je celonárodní matematická korespondenční soutěž pro žáky 6. – 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.
- Ročník je rozdělen do pěti sérií. V každé sérii Ti zašleme leták se zadáním úloh. Ty je vyřešíš a pošleš nám je poštou zpět. My je opravíme, ohodnotíme a zašleme Ti je zase nazpátek spolu se zadáním další série.
- Na řešení máš vždy několik týdnů. Toto je první série, jejíž uzávěrka je **19. října**. Rádi bychom Ti dali více času, ale podzimní soustředění spěchá.
- Jednotlivé příklady piš na papíry formátu A4 nebo A5. **Na každý papír piš řešení pouze jednoho příkladu!** Více příkladů na jednom papíru nám přidává práci a vzhledem k počtu řešitelů se takovými řešeními nemůžeme a nebudeme zabývat!
- U každé úlohy připiš **do levého horního rohu** své jméno, příjmení, **číslo série a úlohy** a navíc i adresu k Tobě do školy nebo domů – podle toho, kam si necháváš zasílat opravená řešení.
- U každého příkladu musíš pečlivě vylíčit postup řešení. Uvedeš-li pouze výsledek nebo nezdůvodníš-li dostatečně své závěry, nemusíme Tvé řešení považovat za kompletní a úplné – zbytečně poté ztrácíš body!

- Do našeho semináře se můžeš přihlásit kdykoliv, i v průběhu. Také nemusíš nutně odeslat všechny série nebo úlohy (i když poté Tě asi ve výsledkové listině předběhnou usilovnější řešitelé). Vždy ale musíš před prvním odesláním řešení (tedy pokud KoKoS řešíš poprvé) **vyplnit internetovou přihlášku!** Tu najdeš na adrese <http://kokos.gmk.cz/prihlaska>. Pokud už ses přihlásil loni, přihlášku nemusíš vyplňovat. Řešeními, která odešleš, aniž by ses řádně přihlásil, se nezabýváme.
- Vyplatí se pravidelně sledovat naše webové stránky <http://kokos.gmk.cz>. Najdeš zde aktuální informace o průběhu soutěže a také diskusní fórum, které můžeš použít, nebudeš-li úloze rozumět, apod. Pokud se v zadání některého příkladu objeví chyba, zveřejňujeme opravy právě na těchto stránkách.
- Pokud Vás bude z jedné školy více řešitelů, bylo by pro Vás i pro nás vhodné, abyste svá řešení posílali jednotně prostřednictvím školy, tzn. v jedné obálce. My Vám poté zašleme opravené úlohy zase zpátky v jedné obálce. Toto není závazná podmínka, ale šetříte sobě i nám práci i peníze. Děkujeme!
- Systém bodování je stejný jako v uplynulém roce. V zadání příkladu vždy nalezněš maximální počet bodů, který za něj můžeš získat. Pokud příklad nedokážeš vyřešit úplně, ale uděláš alespoň nějaký pokrok, přisoudíme Ti odpovídající část bodů. Maximální bodový zisk za jednu sérii je vždy 40 bodů.
- Každý ročník (6. – 9.) má svou vlastní výsledkovou listinu, aby nižší ročníky nebyly znevýhodněny.
- Úspěšným řešitelem KoKoSu se stává ten, kdo alespoň ve třech sériích získá alespoň 25 bodů.

Hodně štěstí a zábavy při řešení Ti přejí Tví organizátoři:
*Ondra, Verča, Eliška, Ami, Silva, Terka, Magda, Míma, Martička, Štěpka,
Zuzka, Danek, Štěpán*

Zadání úloh

Štěpán si začal přebalovat věci v batohu... už asi podesáté. Jeho kamarádi tu měli být skoro před hodinou, ale kvůli výluce měl vlak velké zpoždění. Tenhle výlet plánoval dlouho dopředu, aby všechno klaplo na minutu přesně, a zase mu to překazily nějaké komplikace. Při čekání aspoň prohodil pár slov s veselou paní u kasy, když kupoval jízdenky na další vlak, a pak se jal objevovat okolí nádraží. Tamní vlaková stanice proslula svými výstavními muškáty, které se skvěly v truhlících na všech oknech nádražní budovy. Pokračoval v procházce kolem kolejí a došel až k parku u hlavní silnice. Z nejbližší lavičky se mu naskytl skvělý výhled na projíždějící vlaky.

Úloha 1. (6 bodů): Jeden z vlaků kolem něj projel za t_1 vteřin. Zanedlouho ten stejný vlak projel přes viadukt dlouhý x metrů za t_2 vteřin. Sestavte vzorce pro určení délky a rychlosti vlaku při předpokladu, že je jeho rychlost neměnná.

Z přemýšlení ho vytrhlo hlášení: „Stanice Plzeň, osobní vlak číslo 3306 společnosti ČD, linky S5, ze směru Praha hlavní nádraží, pravidelný příjezd 12 hodin 10 minut, přijel k nástupišti číslo tři, kolej osmá. Vlak dále pokračuje ve směru Stříbro, Cheb, pravidelný odjezd 12 hodin 14 minut.“ Rozběhl se tedy zpátky směrem na nádraží, aby uvítal své kamarády. „No kde vezíte? Já už myslel, že dneska nepříjete.“ „Co se dá dělat, hlavně že nám ještě neujel poslední vlak, ale měli bychom si pospíšet,“ opáčila Eliška. Nastoupili rychle do vagónu a rozjeli se vstříc velkému dobrodružství v horách. Protože se dlouho neviděli, měli o zábavu postaráno. Vojta se sice netvářil příliš nadšeně, když holky začaly drbat společné známé, ale jakmile přišla řeč na letní brigády, rozsvítily se mu oči a vyprávěl, jak si na výlet vydělal.

Úloha 2. (5 bodů): Vojtova sousedka byla na sedmidenní dovolené a Vojta jí po celou tuto dobu venčil psa a krmil králíky. Dostal za to velký dort a 700 Kč. Po další dovolené, tentokrát čtyřdenní, dostal Vojta za venčení a krmení podle identických pravidel stejný dort a 340 Kč. Jakou cenu měl dort?

Cesta rychle ubíhala a zanedlouho se dostali na konečnou stanici. Konečně se mohli nadechnout čerstvého horského vzduchu a šlapat. Po půl hodině je však náhle přepadl déšť, ba průtrž. Na dnešek hlásili jenom sluníčko, ani mráček na obloze neviděli, a přece. Rychle si nasadili pláštěnky a pospíchali hledat po cestě nějaký přístřešek, kde by se schovali. Déšť pomalu ustával, když došli k malé stříšce. Aspoň si vyměnili ponožky za suché, vylili kaluž z bot a dali si oblíbené sýrové tyčinky. Při jídle je vyrušil kolemjdoucí postarší pán. Chvilí si s ním povídali a zjistili, že učil na gymnáziu matematiku a chemii. Oni sami se mu také pochlubili se svými znalostmi, a proto jim pověděl svůj oblíbený příklad.

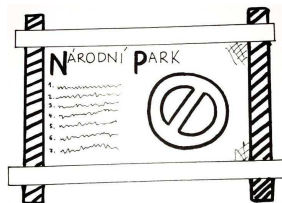
Úloha 3. (8 bodů): Definujme $f(n)$ pro každé n přirozené jako počet cifer čísla n . Vyřešte rovnici $nf(n) + f(f(n + 2021)) = 2020$ v přirozených číslech.

Nechal je chvíli přemýšlet, a když spočítali odpověď, omluvil se, že pospíchá za svou ženou domů. Pomalu se stmívalo a děti ještě čekala dlouhá štreka. Pokračovali v cestě kolem překrásného ledovcového jezera, v křišťálově čisté vodě se odrážely koruny stromů. Na břehu je zaujala naučná cedule o živočišných druzích specifických pro tuto oblast. Nemohli přehlédnout mnohé obrázky a hesla, které nabádaly k ochraně přírody. Všechno

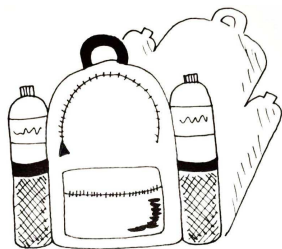
si jaksepatří přečetli a zapamatovali, přece jen se nacházeli v národním parku a neradi by šli proti zákonu. Překvapila je však zajímavá úloha, kterou našli v rámečku „Pro zvědavé...“.

Úloha 4. (6 bodů): Dejte tomu, že na Zemi žije cca 7,8 milionů druhů živočichů, 611 tisíc druhů hub a 300 tisíc druhů rostlin. Průzkumy ukazují, že do roku 2100 (pokud se něco nezmění) postupně vyhyne až 10 % z celkového počtu. Jestliže nenastane konec světa a druhy budou vymírat tímto tempem, za kolik hodin by teoreticky všechny vyhynuly? Počítejte s přestupnými roky. (Nezapočítávejte druhy, které vzniknou, počítejte od začátku roku 2021)

Měli před sebou poslední dnešní kopec. Přitáhli si batoh k zádům a už si to štrádovali po kamenech nahoru. Po náročných kilometrech každý prověřil, jak dobře nebo špatně si vyvážil svůj batoh. Káti to ještě dělalo trochu problém, a tak poprosila ostatní kamarády o pomoc.



Úloha 5. (6 bodů): Káťa má na stranách batohu dvě stejně velké lahve. Kdyby z první lahve přelila do druhé 3 decilitry vody, měla by v nádobách stejné množství vody. Aby však měla batoh správně vyvážený, museli naplnit jednu nádobu do plna. Proto z druhé lahve přelili 13 decilitrů vody do první. První nádoba se díky tomu naplnila do plna a druhá byla z poloviny plná. Kolik vody dohromady nesla, jaký byl objem nádob a kolik vody v nádobách bylo původně?



Nebylo divu, že se Káti nesl batoh špatně. Přebytnou vodu vylila do trávy a pokračovala v cestě s mnohem lehčím batohem. Po strmé cestě sjezdovkou si pořádně protáhli nohy a namazali je alpou. Jako cíl dne se rozhodli pro autobusovou zastávku v nejbližší lyžařské vesničce. Polévku v místním hostinci sice nestihli, zato se mohli nadlábnout poslední svačinou z domu - jak jinak než řízky s chlebem. Na dobrou noc si ještě zahráli partičku karet, při které Eliška místo žolíka vytáhla z rukávu příklad.

Úloha 6. (9 bodů): Vytvořme posloupnost následujícím způsobem: nejprve napíšeme číslo jedna, potom dvojku a připišeme za ni vše, co bylo napsané před ní (1, 2, 1). V řadě pokračujeme číslem tři a znovu opišeme všechna čísla, která této trojce předcházela (1, 2, 1, 3, 1, 2, 1) Prvních pár členů řady pak bude 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, ... Určete 2020. člen této posloupnosti.

To už ale všichni jenom zívali, zalezli do spacáků a těšili se na další den výpravy.

Řešení úloh 1. série pošlete do 19. 10. 2020 na známou adresu:

KoKoS
Gymnázium Mikuláše Koperníka
17. listopadu 526

743 11 Bílovec

Podzimní soustředění

Milý řešiteli, abychom Ti ještě více přiblížili nás korespondenční seminář KoKoS a zároveň ocenili Tvou snahu, připravujeme pro Tebe (a další řešitele) podzimní soustředění! Jedná se o 5 dnů vyplněných zábavou, hrami, a také přednáškami ze zajímavých zákoutí matematiky, kam jsi třeba ještě nikdy nezabloudil.

Ve dnech 28. října - 1. listopadu na tebe čeká nabitý program a spousta nových přátel ze semináře. Soustředění se již tradičně koná v budově Domova mládeže při Gymnáziu Mikuláše Koperníka, a to pod pedagogickým dohledem za organizace studentů gymnázia.

Cena, pro letošek stanovená na 500 Kč, zahrnuje veškerý program včetně stravy a ubytování. Pokud máš jakékoliv otázky, neváhej se obrátit na náš e-mail *gmkkokos@seznam.cz*, kde Ti rádi všechno vysvětlíme.

Konání podzimního soustředění je závislé na vývoji epidemiologické situace v ČR. O případných změnách Tě budeme informovat na <http://kokos.gmk.cz/soustredeni>.

Pokud je Ti vše jasné, vyplň naši internetovou přihlášku, kterou najdeš na <http://kokos.gmk.cz/soustredeni>. Poté, co ji obdržíme, Ti do několika dnů zašleme email s podrobnými informacemi.

Těšíme se na Tebe!

Organizátoři