

KOKOS

33. ročník ★ 2. leták

Zima už je za dveřmi, ale místo sněhové nadílky jsme pro Tebe připravili lavinu příkladů. Víme, že je v dnešní době těžké psychicky zvládat situaci, jelikož už můžeme chodit jen do obchodu a do lesa, a tak Ti chceme pomoci odvést myšlenky jinam. Proto už na nic nečekej a konečně se pusť do další série. Přejeme Ti pevné nervy s online výukou a především zdraví.

Zadání úloh

„Vrrrrr, vrum . . . buch.“ Z poklidného rána se během pár minut stalo ráno naprosto nevhodné pro polehávání a lelkování, a tak se mladá partička zase postavila na, dnes už docela bolavé, nohy a za zvuku pil pokračovala v cestě. Celý výlet uskutečňovali jako narozeninové překvapení pro Vojtu, který měl další den narozeniny. Trasu tedy naplánovali přes téměř neznámé údolí, ve kterém však bydlela jeho babička. Všechno měli jaksepatří připravené, jedinou starost jim dělala předpověď počasí.

Úloha 1. (8 bodů): V údolí mají velice zajímavé počasí. Vždy buď prší, nebo svítí slunce, a pokud jeden den prší, další den vždy musí svítit slunce. Kolik existuje předpovědí počasí na týden?

Zatím ale svítilo sluníčko, a tak šly obavy stranou. Kilometry utíkaly pod nohama jako voda, zanedlouho dorazili na místo. Před nimi se rozprostíral pohled do malebného údolí, ve kterém se jako had kroutil horský potok. Vedl přes pastviny plné ovcí a krav k několika stavením, až nakonec vtékal do malého jezírka. Ve vzduchu byla cítit posekaná tráva a čerstvý vánek.

„Tak ráda vás tu vidím, jen pojdte dál“, uvítala je babička vedouc je přes dvorek. „Už dlouho jsem tu neměla tak vzácnou návštěvu. No, počkejte, skočím pro buchty a limonádu. Vojtíšek vám to tu zatím ukáže, vid?“ Děti si s úžasem prohlížely obilné zdi malého statku. Ze čtvercového dvorku vedly několikery dveře. Jedny nepochybně do kuchyně, kterými odešla babička. Vedle nich byly zasazeny druhé, docela mrňavé. Další dvoje, taky po pravé straně, vedly taktéž do obytné části domu. Naproti stála stodola spojená s chlévem a kurníkem. Víc už si ale prohlédnout nestihli, babička už nesla velkou dobrotu. „Tyhle buchty umí babi ze všech nejlepší, jenom je zkuste,“ pobízela Vojta s plnou pusou kamarády. „Peřiny máte nachystané, můžete spát nahoře na seně. Musím ještě zajet do obchodu, ale brzy budu zpátky. Kdybyste něco potřebovali, paní Kadeřávková odnaproti vám jistě ráda pomůže,“ loučila se s nimi ve spěchu babička, „musím už jet, ať mi nezavrou!“

Úloha 2. (5 bodů): Babička jede do obchodu vzdáleného 30 km a protože se jí rozbila babeta, jede na kole. Průměrná rychlost kola je o 14 m/s nižší než průměrná rychlost babety, na které by, jinak jela, a cesta jí tak trvá o 10 800 s déle. Soused za babičkou vyjel o 1.5 h později autem, jehož průměrná rychlost je 85 km/h. Jaká je průměrná rychlost babety? Za jak dlouho soused dožene babičku?

Štěpán se jako správný zvědavý dobrodruh jak prozkoumání okolí. Nejvíce ho zaujala ona prťavá dvířka. S Vojtovým svolením je za vrzání pantů opatrně otevřel. Vyvalil se na ně zatuchlý vzduch, to je ale neodradilo. „Podívejte, holky, jsou tu schody na půdu, jdem se tam mrknout!“ Přeskákali několik párů starých stěvců a už byli nahoře. Rozprostřela se před nimi docela malá místnost s šikmými stěnami. Dominovala jí truhla, kterou neváhali otevřít. Na dně našli hrst mouky. Zklamaně si odfrkli. „To snad není možné, vždyť to tu je skoro jako ve filmu, a teď tohle. . .“ stěžoval si Vojta. Najednou Štěpán vykřikl: „Podívej, něco je tu napsáno,“ ukazoval na víko. A opravdu.

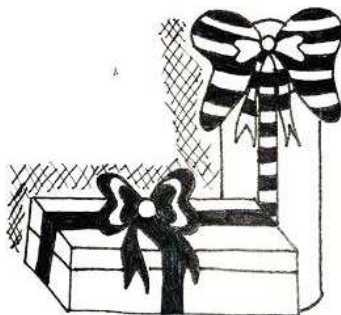
Úloha 3. (9 bodů): Doplně na prázdná místa operace tak, aby platila rovnost. Lze použít jakoukoliv operaci, která nepřidá žádnou číslici, tzn. $\sqrt{\quad}$ může být, ale $\sqrt[3]{\quad}$ ne. Ke každému příkladu může být více řešení.

3	3	3 = 0		3	3	3 = 5
3	3	3 = 1		3	3	3 = 6
3	3	3 = 2		3	3	3 = 7
3	3	3 = 3		3	3	3 = 8
3	3	3 = 4		3	3	3 = 9

Kluky tahle úloha na nějakou dobu zabavila, a tak měla děvčata dost času na přípravu oslavy.

Úloha 4. (7 bodů):

Holky vyrábí dvě krabičky na zabalení dárků, obě mají stejný objem 0,6 l. Eliščina krabička má tvar kvádrů s délkami hran 5 cm a 6 cm, Katčina má tvar válce s poloměrem podstavy 3 cm, krabičky nejsou shora uzavřené. Vypočti, kolik materiálu děvčata spotřebovala na jednotlivé krabičky, jestliže musela přidat 20 % na odpad při výrobě. Konečné výsledky zaokrouhli na jednotky. Zjisti, který tvar byl z hlediska spotřeby materiálu úspornější.

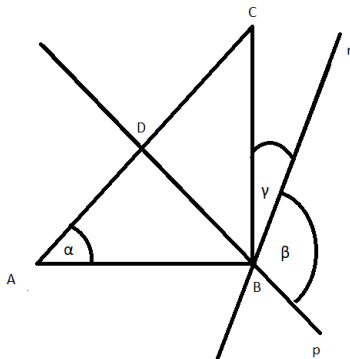


Vojta se Štěpánem zatím objevovali další zákoutí domu. Na velké zahradě pobíhaly slepice, v chlívků chrochtalo prase a v sadu potkali dokonce krávu. Jako poslední přišla na řadu obrovská stodola. Vrata šla otevřít ztuhla, ale nakonec se povedlo. Několik myší rychle odťapkalo do svých děr, zapadající slunce osvětlovalo zadní stěnu. „Honem, pojďte se taky podívat!“ křičel Štěpa na holky. „Co tam máte tak neuvěřitelného?“ odfrkla Katka a protočila očima. Všichni pomalu přivykali šeru. Nalevo byl opřený starý dřevěný žebřík, pár šprušlí už sice ztrouchnivělo, i tak se ale postupně vyšplhali nahoru. „Tak o tomhle teda babička mluvila...to je fakt parádní!“ zavýskl Vojta. Eliška opáčila: „Jestli tu jsou nějaké krysy, spím radši venku.“



Babička přijela, až když se začalo stmívat. V obchodě ale koupila špekáčky, a tak si udělali malou opékačku. Dorazil i souseď s kytarou, zpívali dlouho do večera, ale pak už je babička hnala spát. Přeci jen je zítra čeká další dlouhý den. Zrovna si za kadibudkou čistili zuby, když najednou dopadl kužel světla z baterky na obrázek s nápisem na dřevěné stěně.

Úloha 5. (5 bodů): Mějme pravoúhlý trojúhelník ABC , bod D je středem strany AC a body B, D prochází přímka p , která je kolmá na stranu AC . Bodem B zároveň prochází přímka r (viz obrázek). Úhel α má stejnou velikost jako je hodnota třináctého prvočísla. Úhel β je jeho trojnásobkem. Urči velikost úhlu γ .



Nikdy by je ani ve snu nenapadlo, že by na kadibudce někdy mohli najít matematickou úlohu. Rychle si obrázek překreslili do bloku a utíkali nahoru na seno spát, než

babička zjistí, že ponocují. Káti ale přišlo, že by kluci neměli věnovat tolik pozornosti nějakému obrázku, a proto si vymyslela svou vlastní úlohu.

Úloha 6. (6 bodů):

Když napíšu název svého oblíbeného čísla, zjistím, že ho z $1/4$ tvoří písmeno A, z $1/6$ písmeno E, z $1/4$ písmeno D, z $1/6$ písmeno V, sedmé písmeno v jeho názvu je S a deváté T. Žádné jiné písmeno v jeho názvu nenajdete, číslo je menší než 100. Jaké číslo to je? Zapište číslovkou.

Katčina strategie zabrala a kluci znovu začali komunikovat i s oběma děvčaty. Nakonec spolu vyřešili oba příklady a šli už konečně spát.

Řešení úloh 2. série posílejte do 17.12.2020 na známou adresu:

KoKoS

Gymnázium Mikuláše Koperníka

17. listopadu 526

743 11 Bílovec

Autorská řešení 1. série

Úloha 1.

Označme si rychlost vlaku jako v a jeho délku jako d . Jelikož vlak kolem Štěpána projede za t_1 vteřin (tedy ujede vzdálenost rovnou svojí délce), je $v = d/t_1$. Poté za t_2 vteřin přejede viadukt dlouhý x metrů, tedy ujede vzdálenost rovnou součtu svojí délky a délky viaduktu. Z toho plyne, že $v = (d + x)/t_1$. Ze soustavy rovnic $v = d/t_1$ a $v = (d + x)/t_1$ si vyjádříme např. $d = t_1 v$ a rovnicí upravíme na $v = x/(t_2 - t_1)$. Obdobným způsobem získáme i $d = (t_1 \cdot x)/(t_2 - t_1)$

Zuzka

Úloha 2.

Jestliže je x neznámá cena dortu, pak $x + 700$ Kč je sedmidenní odměna pro Vojtu. Odměna za jeden den je $x/7 + 100$ Kč, za čtyři dny má být $x/4 + 400$ Kč. Odměna však byla $x + 340$ Kč, tj. o $3x/7$ víc a 60 Kč méně. Tedy $3/7$ dortu odpovídají 60 Kč, $1/7$ dortu 20 Kč, celý dort $7 \cdot 20 = 140$ Kč.

Majda

Úloha 3.

Probereme několik možností pro n :

1. $n < 100$

Když $n < 100$, tak $f(n) \leq 2$ a $f(f(n + 2021))$, tedy $nf(n) + f(f(n + 2021))$ takže pro $n < 100$ rovnice nemá řešení.

2. $n > 999$

Když $n > 999$ tak $(n) \geq 4$ a $f(f(n + 2021)) \geq 1$, tedy $nf(n) + f(f(n + 2021)) \geq 4001$ takže pro $n > 999$ rovnice nemá řešení.

3. $100 \leq n \leq 999$

Pro tato n platí $f(n) = 3$ a $f(f(n + 2021)) = 1$, naši rovnici můžeme přepsat do tvaru:

$$3n + 1 = 2020$$

$$3n = 2019$$

Protože $100 \leq 673 \leq 999$, tak $n = 673$ je jediným řešením této rovnice.

Danek

Úloha 4.

celkem ... 8 711 000 druhů
 za 80 let -10% ... -871100 druhů
 Za kolik hodin vymřou všechny?

80 let ... 871 100
 $x \dots 8711000$
 (nepřímá úměra - čím více dní, tím méně druhů)

$$\begin{aligned} x/80 &= 8711000/871100 \\ x &= (871100080)/871100 \\ x &= 800 \text{ let} \end{aligned}$$

*25 přestupných let za 100 let
 $258 = 200 \dots 200366 = 73200$ dní
 $800 - 200 = 600 \dots 600365 = 219000$ dní
 Dohromady: 292200 dní $24 = 7012800$ hod

*Eliška***Úloha 5.**

První láhev si označím x druhou y . A víme, že kdyby přelila z první láhve do druhé 3 decilitry, tak by bylo v obou lahvích stejné množství vody. Vytvoříme si rovnici a vyjádříme x .

$$\begin{aligned} x - 3 &= y + 3 \\ x &= y + 6 \end{aligned}$$

Dále víme, že chtěli naplnit jednu láhev do plna, takže přelili 13 decilitru do druhé láhve a v druhé zbyla přesně polovina láhve. Vytvoříme si druhou rovnici a dosadíme do ní za x .

$$\begin{aligned} x + 13 &= 2 \cdot (y - 13) \\ y + 19 &= 2y - 26 \end{aligned}$$

Převvedeme si y na jednu stranu a dopočítáme.

$$\begin{aligned}45 &= y \\x &= 45 + 6 \\x &= 51\end{aligned}$$

Objem lahví se rovná $x + 13$, takže 64 decilitrů. Dohromady slili 96 decilitrů.

Štěpka

Úloha 6.

Všimněme si, že po každém upravením (dopíšeme číslo n a „zbytek“) je řada symetrická podle čísla ve středu, tedy podle n . Po každé úpravě bude počet čísel v řadě roven $2^n - 1$. Nyní už máme dostatek informací k vyřešení této úlohy. Víme, že $2^{11} - 1 = 2047$ a my hledáme 2020. číslo posloupnosti. Ze symetrie víme, že 2020. číslo musí být stejné, jako $2047 - 2019 = 28$. číslo. Teď už stačí jen vypsát prvních 28 čísel této posloupnosti a jsme hotovi:

1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 5, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3.

Takže jsme zjistili, že číslo na 2020. místě je číslo 3.

Danek

Výsledkové listiny

Tady najdete jen několik nejlepších řešitelů, pro úplné výsledkové listiny se podívejte na naše internetové stránky.

7. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
1.	Marie	Sabolová	-	5	-	6	6	3	20	20
2.	Šimon	Koliščák	-	-	-	6	6	0	12	12

8. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ	
1.	Martina	Černá		2	5	8	6	2	9	32	32
2.	David	Felzmann		2	5	8	5	3	8	31	31
3.	Gabriel	Provazník		6	5	-	0	6	6	23	23
4.	Barbora	Zapletalová		-	-	-	5	-	-	5	5

9. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ	
1.	Matyáš	Burda		6	5	8	6	6	6	37	37
2.-3.	Viktor	Gola		2	5	8	6	6	9	36	36
	Pavla	Šimová		2	5	8	6	6	9	36	36
4.	Milan	Holotňák		6	5	7	6	4	6	34	34
5.	Linda	Tománková		2	5	8	5	6	6	32	32
6.	Václav	Verner		2	5	8	1	6	9	31	31
7.	Natálie	Vylamová		5	5	7	6	3	2	28	28
8.	Zuzana	Hauznerová		1	5	-	6	6	7	25	25
9.	Michaela	Živná		1	5	-	6	6	6	24	24
10.	Robert	Kubányi		-	5	-	6	6	6	23	23
11.	Emma	Rikanová		1	5	-	6	2	-	14	14