



KOKOS

23.ročník * 6.leták

A máme tady poslední leták v letošním roce. Obsahuje závěrečnou část příběhu, autorská řešení páté série a výsledkovou listinu. Tím se s Vámi pro letošek loučíme a doufáme, že se setkáme zase v září. S některými osobně, s jinými alespoň korespondenčně. A na co se v příštím roce můžete těšit? Určitě na jednu až dvě víkendovky, Koperníkův Matboj a navíc připravujeme jednodenní prožitkové vzdělávací akce. Tak se nechte překvapit jak to všechno dopadne a užijte si vyvrcholení příběhu. Pěkné a akční prázdniny přeji

Organizátoři

BLAHOPŘEJEME **Anně Kufové**, která je se 189 body nejúspěšnější řešitelkou letošního ročníku. Těsně za ní se umístil **Aleš Krčil** se 186 body a třetí místo obsadila **Alžběta Maleňáková** se 180 body.

Blahopřejeme i jednotlivým vítězům ve svých kategoriích:

	1. místo	2. místo	3. místo
9.ročník	Szymon Wantuła	Václav Rozhoň	Martin Vančura
8.ročník	Anna Kufová	Marek Janka	Daniel Pišťák
7.ročník	Aleš Krčil	Alžběta Maleňáková	Jan Havelka
6.ročník	Berenika Čermáková		

Závěrečná část příběhu

Konečně můžeme začít trochu optimisticky. Díky nešťastně šťastnému pádu do Díry se v Billyho hlavě zrodil úžasný nápad se žvýkačkami. Naprosto zahodil snahu prodat místním nějaký osobní počítač a po hlavě se vrhl do obchodu s cukrovinkami. Ze začátku se spokojil s jedním starým automatem na žvýkačky, který si díky Díře „vypůjčil“ ve své oblíbené cukrárně. Ale vzhledem k nenasytnosti a horlivosti svých nových zákazníků bylo více než jasné, že pouze s jednou krabicí žvýkaček rozhodně nemůže vystačit. Billyho jsme zanechali obklopeného nedočkavými močálníky uprostřed náměstí v městské části Micro. S blaženým úsměvem na tváři rozdával jednu ochutnávací žvýkačku za druhou a vychutnával si svůj úspěch.

Škoda, že byl Princeznin palác neviditelný, protože podívaná na poskakující zámek by byla určitě dechberoucí. Tak moc se Princezna smála, a když se začala převalovat po podlaze, rozhoupala tím i své načančané obydlí. Byl to opravdu zábavný pohled.

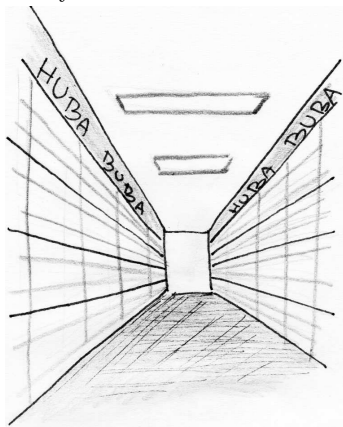
Jindy nudní, usedlí, škaredí a naprosto nekreativní poddaní se nyní hrnuli jeden přes druhého, aby přišli na kloub té podivně růžové věci, kterou její obchodník vytahoval z ještě divnější krabičky. V Princezně se také zvedla vlna zvědavosti, co může být tak úžasného, že i přes svůj malý rozměr to dokáže vyvolat tížený rozruch ve městě. Přitiskla své malinké ručičky na svou pozorovací obrazovku, jako by snad i ona chtěla vzít do svých dlaniček malý voňavý zázrak. V tom se rozesmála ještě hlasitěji než prvně. Hlavičku měla Princezna malinkou, zato paměť měla doslova sloní. Jasně si vybavovala pravidla, které stanovila Díře, když se s její pomocí snažila trochu rozveselit. Můžeš si vzít jenom jednu věc z lidského světa, pokud si jich chceš vzít více, musíš tu první vrátit, jinak se libovolná věc ze světa Willy přesune do lidského světa.

V tom mělo být to povyražení. Princezna moc dobře věděla jaké úžasné věci se skrývají v lidském světě a také moc dobře znala své poddané. Spoléhalo na jejich hamiznost, že si zkrátka budou z Díry brát jednu věc za druhou a úplně zapomenou na nějaké vrácení. A pak ouha... kde je jejich oblíbený kartáč na vlasy?? Plán to byl brilantní, pouze nepočítal s usedlostí místních. V životě by je totiž nenapadlo opustit svoji čtvrt a vydat se za brány města, kde se Díra nacházela.

Žvýkačky z rozbitého automatu zmizely velice rychle a Billy musel rychle řešit nedostatek svého zboží, protože poptávka vysoce převyšovala nabídku. Vyskočil na okraj kašny a začal provolávat, že dnešní žvýkačky jsou pouze ukázkové a na ochutnávku a že se za pár hodin vrátí s novou várkou a každý si bude moci koupit tolik žvýkaček, kolik jen bude chtít. Rozvášněný dav to příliš neuklidnilo, ale na nějakou revoluci byli místní přeci jenom usedlí. Sbalili si svých pět švestek a s mírným remcáním, že na ně se nedostalo, se vrátili za své záclonky. Samozřejmě, že z jejich krytu Billyho bedlivě pozorovali, jestli ještě někde z kapsy nevytáhne kousek zázračné hmoty.

Billy zářil jako sluníčko. Dosažený výsledek mnohonásobně předčil jeho nejambicióznější představy a zdálo se, že do budoucna má s odbytem cukrovinek vystaráno. Poslední žvýkačku, kterou se mu podařilo před chamtivými zákazníky uchránit, dal za odměnu Trollovi. Ten si ji vložil do úst a spolu se všemi ostatními, které v rámci tréninku nafukování bublin od Billyho dostal, ji začal převalovat z jedné strany úst do druhé. Ještě že byl Troll dost těžký, protože balón, který mu teď vznikl u úst, by unesl menší dítě. Celý zaneprázdněný horlivým přezvykováním si Troll pomalu ani nevšiml, že mu Billy vylezl na ramena a zvýšeným hlasem velí k návratu k Díře. Automaticky splní rozkaz, takže si teď Billy může plným právem připadat jako král, který na svém koni opouští bitevní pole vyhraného souboje.

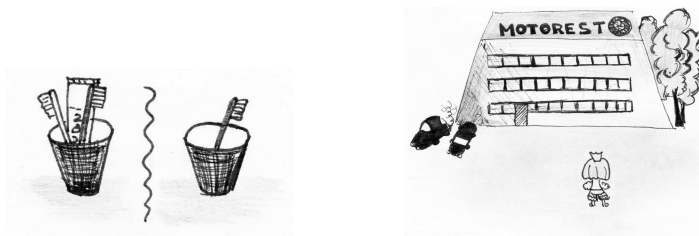
K večeru se s Trollem dostali zpět k Díře. Billy vůbec na nic nehleděl (už vůbec ne na cedulku s návodem k použití) a vrhl se přímo do Díry. Díra fungovala tak, že vás přenesla na pár minut na místo, na které jste ve chvíli pádu usilovně mysleli. Toto Billy nevěděl, ale vzhledem k tomu, že se teď celá jeho mysl upínala ke žvýkačkám, není třeba



se příliš divit tomu, že se ocitl v centrálním skladu společnosti Huba Buba, známého to výrobce žvýkaček.

Nelenil a opět si „vypůjčil“ tentokrát celou paletu s růžovým pokladem. Ještě si chtěl naplnit kapsy pár žvýkačkami pro Trolla, ale to ho už Díra hodila pěkně zase zpátky. Pěkně tvrdě se opět zhmotnil ve Willy. Tyhle návraty to se bude muset nějak vylepšit, blesklo Billymu hlavou, protože jestli to takto půjde dál, tak ve mně nezůstane jediná nezlomená kost. Lehce si promnul bolavý kotník a už hnal Trolla zase zpět do prudkého kopce směrem k náměstí ve Willy. Billy byl jako v opojení, živě si maloval stánek na náměstí, který si za utržené peníze postaví, jak vždycky ráno donese nové žvýkačky a odpoledne už půjde domů, protože nebude mít co prodávat. Zařídí si Díru pěkným nábytkem a třeba se mu nakonec život ve Willy i zalíbí. Jestli vše půjde jako doposud, neměl nejmenší obavu z toho, že by se mu ve Willy snad něco nelíbilo. I ty potvůrky mu teď přijdou mnohem sympatičtější, když nakupují jeho žvýkačky. Typické uvažování obchodníka.

Už to vypadalo, že se každou vteřinou setmí, když dorazili ke kašně na náměstí. K Billyho velkému překvapení místní na něj už netrpělivě čekali a nervózně si hráli s mincemi, které měli schované v kapse. Billy přímo miloval ten zvuk blížícího se příjmu. Sesedl s Trolla a než Slunce stihla zajít za obzor, byla celá paleta žvýkaček prodána a z malých domků se ozývalo spokojené mlaskání. Billymu už se nechtělo vracet do Díry a on i Troll vypadal poněkud unaveně, a tak se svalili uprostřed náměstí a zaslouženě odpočívali.



V okamžiku, kdy se Slunce dotkla obzoru, naplnila se i lhůta na vrácení věcí do Díry. A že si těch žvýkaček Billy „vypůjčil“ opravdu hodně. Dělal to takové podivné Prásk jak mizela jedna věc za druhou. Nejdříve drobnosti, zubní kartáček, knížka, květináč s petúniemi... Časem došlo na větší věci jako byly celé dveře, kašna, hodiny z radniční věže až to nakonec udělalo Prásk a do lidského světa se vrátil i Billy.

Tak nakonec se i sama Princezna stala obětí svého vlastního žertu. Zrovna se ukládala do své postýlky s nebesy, když se ozval ten zvuk a ona se objevila před ušmudlaným motorestem. Z prvotního šoku se vyklubalo nadšení... kolik jen lumpáren může provést tady?

Autorská řešení 5. série

Úloha 1.

Nejprve si vypíšeme všechny dvojciferné násobky třinácti: $\{13, 26, 39, 52, 65, 78, 91\}$. Z toho zjistíme, že předposlední číslice čísla s 929 číslicemi je 5, protože jediný násobek třinácti končící na 2 je 52. Pokračujeme stejně. To znamená, že hledáme dvojciferný násobek 13 končící na 5 a to je 65. Celé to zopakujeme ještě jednou. Čtvrtá číslice od konce tedy bude 2 a tím zjistíme, že číslice 652 se budou periodicky opakovat. Naším úkolem je zjistit první číslici a to provedeme takto: vydělíme číslo 929 třemi a zbytek je 2. To znamená že periodicky opakujících se čísel se zbavíme a zůstane nám jen 52. První číslici se tedy stává 5.

Pája

Úloha 2.

Úhel ACB má poloviční velikost než úhel ASB , protože úhel ACB je obvodovým úhlem k úhlu ASB . Dále pak jsme schopni spočítat poloměr kružnice opsané jako: $r = \frac{c}{2 \sin \frac{\omega}{2}}$. Musíme si vyjádřit stranu c pomocí cosinovy věty: $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \frac{\omega}{2}}$. Poloměr se tedy dá spočítat takto: $r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \frac{\omega}{2}}}{2 \sin \frac{\omega}{2}}$.

Pája

Úloha 3.

Součet čísel $ABA + BAB$ si můžeme napsat jako součet čísel $(A \cdot 100 + B \cdot 10 + A) + (B \cdot 100 + A \cdot 10 + B) = A \cdot 100 + A \cdot 10 + A + B \cdot 100 + B \cdot 10 + B$. Tím jsme vlastně upravili součet čísel na tvar $AAA + BBB$ a to dále můžu napsat jako $A \cdot 111 + B \cdot 111$. S tím se nám dále bude lépe pracovat.

Víme, že součet hledaných čísel musí být dělitelný 74. Proto si utvoříme lehkou rovnici: $A \cdot 111 + B \cdot 111 = 74k$, kde k je z oboru přirozených čísel. Rovnici dále upravujeme:

$$\begin{aligned} 111(A + B) &= 74k \\ 1,5(A + B) &= k \end{aligned}$$

Protože je k přirozené číslo, musí být součet $A+B$ sudý. Proto hledáme všechny uspořádané dvojice $[A, B]$ takové, že jejich součet je sudé číslo. Když si za A zvo-

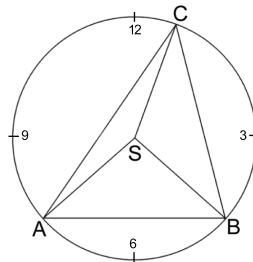
líme liché číslo, B musí být liché číslo, tedy máme 5 dvojic. Když si za A zvolíme sudé číslo, B musí být také sudé, takže máme 4 dvojice. Můžeme dosazovat čísla od 1 do 9 \Rightarrow za A dosadíme celkem 5 lichých a 4 sudé čísla. Proto jednoduchý výpočet: $5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 = 41$ nám udává počet všech možných dvojic $[A, B]$. Pokud nepočítáme s tím, že A může být rovno B , dvojic je o 9 méně, tedy 32.

Jiřík

Úloha 4.

Trojúhelník vepsaný do ciferníku hodin si pojmenujme ABC (viz obrázek). Když vrcholy trojúhelníku spojíme se středem kružnice S , dostaneme tři nové rovnoramenné trojúhelníky. Nyní si lehce spočteme úhly v trojúhelnících.

Začneme trojúhelníkem ABS . Body AB jsou umístěny na cifrách 8 a 4. Středový úhel tohoto trojúhelníku ($\angle ASB$) je tedy 120° . Mezi ciframi 8 a 4 je totiž $\frac{1}{3}$ obvodu kružnice. Proto $\frac{1}{3} \cdot 360 = 120^\circ$. Trojúhelník ABS je rovnoramenný, takže zbylé dva jeho vnitřní úhly jsou si rovny. Dále víme, že součet všech úhlů v trojúhelníku je roven 180° , takže lehkým výpočtem zjistím, že velikost obou zbylých úhlů je $\frac{180 - 120}{2} = 30^\circ$. Stejně postupuju i u trojúhelníku BCS . Má středový úhel o velikosti 90° , zbylé dva úhly jsou tedy rovny 45° . Poslední trojúhelník CAS má středový úhel o velikosti 150° a zbylé dva úhly o velikosti 15° . Když nyní chceme spočítat vnitřní úhly trojúhelníku ABC , stačí nám sečíst příslušné úhly v dílčích trojúhelnících. $\angle CAB = 45^\circ$, $\angle ABC = 75^\circ$ a $\angle BCA = 60^\circ$. Námi hledaný nejmenší úhel je $\angle CAB$.



Na této úloze si můžeme povšimnout vztahu mezi středovými a obvodovými úhly, který je dobré znát. Podívejme se například na obvodový úhel $CAB = 45^\circ$ a středový úhel $CSB = 90^\circ$. Vidíme, že $\angle CAB = \frac{1}{2} \angle CSB$. Tento vztah platí mezi všemi obvodovými a středovými úhly a pomocí jeho využití lze úlohu řešit na jednom řádku :).

Jiřík

Úloha 5.

Na řešení tohoto typu příkladu neexistuje žádný jednoznačný postup řešení. Lidé, kteří takové příklady řeší často, vidí řešení na první pohled, jiní musí prozkoušet několik způsobů, které je napadnou a po chvíli přijdou k řešení. Každé číslo v řadě dostanu součtem prvočísel z prvočíselného rozkladu předchozího čísla.

V první řadě za číslem 6 tedy následuje číslo 5. Prvočíselný rozklad čísla 6 totiž je: $6 = 2 \cdot 3 \Rightarrow 2 + 3 = 5$. V druhé řadě po čísle 22 následuje číslo 13, protože $22 = 11 \cdot 2 \Rightarrow 11 + 2 = 13$.

Jiřík

Úloha 6.

Billy si uvědomil, že zatímco on ušel $30 + 20 = 50$ m, tak šneci urazili $30 - 20 = 10$ m. Billy chodí 5x rychleji. Když Billy ujde 30 m, šneci jen $\frac{30}{5} = 6$ m. Řada je tedy dlouhá $30 - 6 = 24$ m.

Jiřík

Výsledkové listiny

Tady najdete jen několik nejlepších řešitelů, pro úplné výsledkové listiny se podívejte na naše internetové stránky.

6. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
1.	Berenika	Čermáková	-	-	-	-	-	-	0	25

7. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
1.	Aleš	Krčil	5	9	7	6	6	7	40	186
2.	Alžběta	Maleňáková	5	9	7	6	6	7	40	180
3.	Jan	Havelka	5	-	4	6	-	7	22	144
4.	Pavel	Turek	5	-	7	6	6	7	31	139
5.	Eliška	Červenková	5	2	7	6	6	7	33	132
6.	Jiří	Gbelec	5	-	-	-	-	-	5	47
7.	Pavel	Vondráček	-	-	-	-	-	-	0	24
8.	Anastázie	Chalupová	-	-	-	-	-	-	0	18

8. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
1.	Anna	Kufová	5	9	7	6	6	7	40	189
2.	Marek	Janka	5	4	5	6	6	7	33	157
3.	Daniel	Pišťák	5	-	1	6	6	7	25	135
4.	Anna	Červenková	5	2	7	6	6	7	33	132
5.	David	Gráf	-	-	-	-	-	-	0	64
6.	Patrik	Šindler	-	-	-	-	-	-	0	51
7.	Veronika	Hánová	-	-	-	-	-	-	0	46
8.	Ondřej	Pavelka	-	-	-	-	-	-	0	42
9.-10.	Veronika	Hájková	-	-	-	-	-	-	0	34
	Eliška	Pfaurová	-	-	-	-	-	-	0	34
11.	Jana	Gebauerová	-	-	-	-	-	-	0	33
12.	Vít	Grosser	-	-	-	-	-	-	0	32
13.	Jakub	Novák	-	-	-	-	-	-	0	30

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
14.-15.	Zuzana	Beigerová	-	-	-	-	-	-	0	22
	Lukáš	Klocek	-	-	-	-	-	-	0	22
16.	Jindřich	Brož	-	-	-	-	-	-	0	17
17.-19.	Jakub	Brož	-	-	-	-	-	-	0	15
	Lukáš	Frankl	-	-	-	-	-	-	0	15
	Kateřina	Grygarová	-	-	-	-	-	-	0	15
20.	Eva	Kubelová	-	-	-	-	-	-	0	12
21.	Daniel	Musil	-	-	-	-	-	-	0	10
22.	Iveta	Márovcová	-	-	-	-	-	-	0	6
23.	Kristýna	Filípková	-	-	-	-	-	-	0	2
24.	Ota	Novotný	-	-	-	-	-	-	0	1

9. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
1.	Szymon	Wantuła	5	9	6	6	6	7	39	174
2.	Václav	Rozhoň	5	9	7	5	-	7	33	173
3.	Martin	Vančura	5	9	6	6	6	7	39	171
4.	Jan	Marek	5	8	7	6	6	7	39	163
5.	Michael	Matějka	5	-	5	6	-	7	23	142
6.	Tomáš	Müller	5	-	7	6	-	2	20	126
7.	Matěj	Dirr	5	-	1	6	6	-	18	119
8.	Ondřej	Darmovzal	-	-	-	-	-	-	0	117
9.	Jan	Skořepa	-	-	-	-	-	-	0	96
10.-11.	Jan	Erhart	-	-	-	-	-	-	0	74
	Diana	Hachová	-	-	-	-	-	-	0	74
12.	Eva	Harlenderová	-	-	-	-	-	-	0	65
13.	Radim	Bárta	-	-	-	-	-	-	0	59
14.	Vojtěch	Kovář	-	-	-	-	-	-	0	52
15.	Pavel	Kubíska	5	-	2	-	6	7	20	49
16.	Štěpánka	Dobalová	-	-	-	-	-	-	0	24
17.	Petra	Pavelková	-	-	-	-	-	-	0	17
18.-19.	Jan	Jež	-	-	-	-	-	-	0	14
	Kristýna	Krupičková	-	-	-	-	-	-	0	14
20.	Veronika	Synková	-	-	-	-	-	-	0	13
21.	Pavel	Špíšek	-	-	-	-	-	-	0	11
22.	Pavla	Baarová	-	-	-	-	-	-	0	10
23.	Klára	Dubská	-	-	-	-	-	-	0	8
24.	Michal	Nguyen	-	-	-	-	-	-	0	6