KOKOS

36. ročník ⋆ **3. leták**

Třetí série je konečně tady! Copak čeká princeznu Filoménu tentokrát? Bude mít chvíli klid nebo zažije nějaké další dobrodružství? S touto sérií jsme ti připravili tzv. pomocníčka, vysvětlíme ti zajímavou oblast matematiky, aby ti počítání dalších úloh šlo ještě lépe od ruky! Svá řešení můžeš posílat do **3. března 2024.**

Organizátoři

Zadání úloh

V dalekém království za devatero horami a řekami žila byla princezna Filoména. Tu už ale, milý KoKoSáku, určitě dobře znáš. Byla to princezna líbezná, milá, spanilá a převelice chytrá, po událostech posledních dnů a týdnů už ale měla především všeho plné zuby. A kdo by taky neměl – nejdříve namlouvání ženichů, potom únos zlým čarodějem! Žádný div, že po tom, co všechno prožila, neměla na vdavky ani pomyšlení a nechtěla už nic jiného, než se vrátit na svůj zámek a pěkně v klidu, ničím nerušená, tam trávit dny se svými kočkami. Žel nebylo jí toho dopřáno. Sotva ve své královské komnatě rozprostřela své královské sukně na svou královskou lenošku a byla zalehnuta svými šesti královskými kočkami, rozletěly se dveře a dovnitř vtrhl rozrušený komoří.

„Vaše Výsosti! Vaše Výsosti! Nesu špatné zprávy!“

„Nee!“ zaúpěla princezna. „Špatné zprávy nee! Veškeré špatné zprávy se až do odvolání zakazují!“

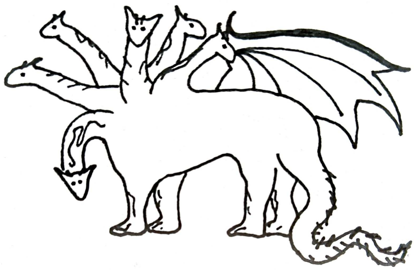
„Ale Vaše Výsosti,“ pokusil se namítnout komoří, avšak byl přerušen strašlivým, nervy drásajícím řevem. „Vaše Výsosti, usídlil se nám v království drak,“ oznámil komoří slabým hlasem.

Princezna se vmžiku vymrštila z lenošky, odhodila kočky stranou (odsouzeníhodné, já vím, ale situace byla opravdu vážná) a rozběhla se na balkon, aby se přesvědčila na vlastní oči. Raději to však neměla dělat… Na věž, ve které se princeznina komnata nacházela, dopadal stín temné siluety kroužící kolem zámku. Obrovité ještěří tělo se šesti šupinatými, tesáky cenícími hlavami nesla dvě kožnatá křídla směrem přímo na princeznu a než se nadála, drak ji sevřel ve svých pařátech a letěl s ní pryč.

A tak byla Filoména během jednoho týdne unesena už podruhé...

Princezna s drakem letěli a letěli, přes hory a doly, přes lesy a pastviny, přes Temný Hvozd až ke Skalnatým horám. Tam se konečně přiblížili k zemi a drak přistál i s

Filoménou ve své jeskyni. Ta, jen co se trochu oklepala, na něj spustila: „Jestli si myslíš, že mě můžeš jen tak sníst, šeredně se pleteš!“ „Ale já –“ pokusil se namítnout drak. „Ticho, ještě jsem nedomluvila!“ zahřímala princezna hrozivým hlasem. „Jak si to vůbec představuješ?! Že si mě jen tak uneseš a já se nechám slupnout k večeři? Že si mě trochu ožehneš tím svým ohýnkem a bude ze mě flambovaná kotleta, co? Ale to tedy ne, to ses, holenku, přepočítal! Nic takového nebude, a ty si můžeš třeba trhnout ocasem! A teď mě hezky zanes domů!“ Z očí jí lítaly blesky. Byla tak rozzlobená, že ji ani nenapadlo, že by se měla bát. Jeden únos by jí úplně stačil! Dva, to už jí musí sudičky dělat naschvál a ona se s tím rozhodně nehodlá smířit! „Ale já jsem tě vůbec nechtěl sníst!“ zakňoural dráček (protože z velkého hrozivého draka se pod tíhou Filoménina rozezleného pohledu stala malá schlíplá šestihlavá hromádka neštěstí). „Já. . . já. . . “ Do všech dvanácti očí mu vhrkly slzy. „Já jsem tak osamělý!“



„A co já s tím?“ zeptala se Filoména, pořád ještě rozzuřeně. „Je to snad můj problém? Nemůžeš přece řešit svůj nedostatek sociálního kontaktu tím, že si nějakého člověka uneseš. To je teda pěkně toxické, jestli chceš znát můj názor, a zavání to nějakou poruchou. . . A vůbec, proč unášíš mě? Proč se prostě neskamarádíš s nějakým jiným drakem, když jsi osamělý?“

„Ostatní draci se mi smějí!“ vzlykla jedna hlava. „Nikdo mě nemá rád,“ přisadila si druhá.

„A proč, prosím tě?“

Drak jen něco nesrozumitelně zamumlal.

„Co? Mluv pořádně!“ vyštěkla princezna.

„Protože jsem. . . no. . . to. . . vegetarián. . . “ Poslední slovo stěží zašeptal.

Princezna na něj chvíli nevěřícně koukala a pak vyprskla smíchy. „Vegetarián! Unesl mě drak vegetarián!“

Dráček zoufale zakvílel. „Tak vidíš, i ty se mi směješ!“

F„Promiň, promiň, to jsem nechtěla. Omlouvám se,“ řekla princezna, najednou v dobré náladě. „Tak teď bys mě snad ale mohl zanést domů, co myslíš?“

„Ne.“

„Proč ne?“ nechápala.

„Protože jsem pořád jenom sám a sám. A když už jsi tady, tak bychom si mohli třeba. . . povídat?“ Všech šest hlav se s pohledem plným naděje upřelo na princeznu.

„No, a o čem by sis rád povídal?“ povzdechla si Filoména, rezignovaně, ale s úsměvem.

„O létání?“ navrhla první hlava. „O péči o šupiny!“ vyhrkla druhá. „O matematice!!“ vykřikla třetí. „Anoo, o matematice!“ volaly nadšeně hlavy číslo 4 a 5. „Už vím, už vím,“ jásala poslední hlava. „Dám ti šest příkladů, a když je vyřešíš, zanesu tě domů!“

„No když to musí být,“ souhlasila princezna na oko neochotně, ve skutečnosti se však už natěšeně přepnula do matematického módu a nemohla se dočkat příkladů. Vždyť jak lépe trávit volný čas, než s nějakou pěknou úložičkou, no ne?

„Ha, na tohle určitě nepřijdeš," holedbala se první hlava. „Poslouchej pozorně…"

Úloha 1. (5 bodů): *Jeníček s Mařenkou opravovali ježibabě perníkovou chaloupku. Ježibaba, na rozdíl od toho, co se o ní všeobecně dočtete, nebyla vůbec zlá a za práci jim spravedlivě zaplatila. Jeníček odvedl víc práce a tak taky dostal o 480 korun devaterohorských víc, než je polovina sumy, kterou dostala Mařenka. Dohromady dostali 3 360 korun. Kolik peněz dostal za práci Jeníček a kolik Mařenka?*

„Ale to je přece jednoduché!" zvolala princezna a hned řekla správnou odpověď.

„Mám lepší příklad," usmála se druhá hlava. „Na tenhle určitě nepřijdeš…"

Úloha 2. (6 bodů): *Délky hran kvádru jsou vyjádřeny celými čísly v cm. Dvě z jeho stěn mají obsahy 135 cm^2 a 255 cm^2. Jak velký objem může mít tento kvádr? (vypište všechna správná řešení)*

Filoména se zamyslela. „Tak na tohle budu potřebovat pero a kousek pergamenu…" Tázavě se zadívala na draka. Ten jen omluvně pokrčil rameny, a tak si musela vystačit s klacíkem a čárami nakreslenými do prachu na zemi v jeskyni. Ani tak však netrvalo dlouho a princezna nadšeně odhalila všechna správná řešení. Podobně to dopadlo i s dalším příkladem, který vymyslela třetí hlava:

Úloha 3. (7 bodů): *Napište číslo 100 pomocí:*

a) *čtyř stejných číslic;*

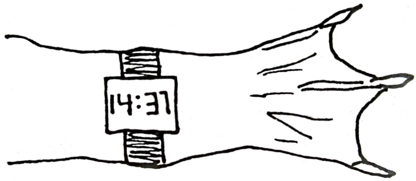
b) *pěti stejných číslic;*

c) *šesti stejných číslic;*

d) *deseti stejných číslic.*

Čtvrtá hlava byla tak oslněna princezniným matematickým nadáním, že jí úplně došly nápady na příklad. Inspiraci našla při pohledu na digitální hodinky (neptejte se), které měl drak nasazené na přední tlapě. Její otázka zněla:

Úloha 4. (8 bodů): *Kolik minut denně svítí na těchto hodinkách alespoň jedna dvojka?*



Filoména ocenila kreativitu úlohy, a tak chvíli předstírala, že v jejím řešení tápe, aby jí drak mohl nadšeně poskytnout pár nápověd. Když nakonec řekla správnou odpověď, všech šest dračích hlav se pyšně tetelilo s pocitem, že je to vlastně jejich práce. Po čtvrtém příkladu si dali na chvíli pauzu na večeři – organické smrkové šišky s lopuchovým salátem a veganským hliněným koláčem princezně, pravda, zrovna moc nechutnaly, ale ocenila to gesto. Drak si pochutnal na něčem jiném než na ní, což by ještě před pár hodinami považovala za úspěch. Posilněna dobrým jídlem se pátá hlava vrhla do vymýšlení dalšího příkladu. Ten zněl takto:

Úloha 5. (9 bodů): *Ze zámku vyjel kočár rychlostí* $40 km/h$*. O hodinu a půl později ze stejného zámku stejným směrem vyjela princezna na svém bělouši rychlostí* $70 km/h$*. Za jak dlouho a kolik km od zámku dojede princezna kočár?*

Filoméně tato úloha připomněla domov a zastesklo se jí po své krásné komnatě a kočičích přátelích. Najednou se nemohla dočkat, až už bude doma... Netrpělivě si vyslechla úlohu, se kterou přišla šestá, poslední hlava...

Úloha 6. (5 bodů): *Drak má ve své jeskyni spoustu balvanů a rád si s nimi hraje. Jednou je například vyrovnal do řad podle určitého matematického vzorce (protože to je skvělá zábava, že ano). Víte, že v první řadě jsou dva balvany a v poslední je balvanů třicet dva. Součet všech vyrovnaných balvanů v jeskyni je roven 187. Dále víte, že s každou další přibývající řadou vzroste počet balvanů v té řadě o stejné číslo. Určete, kolik je řad balvanů a kolik balvanů přibyde s každou další řadou. (Počet balvanů v řadách tvoří aritmetickou posloupnost, viz pomocníček za příběhem.)*

Poslední úloha byl docela tvrdý oříšek (skoro jako balvan, haha), princezna dlouho na nic nemohla přijít, a tentokrát to ani nemusela předstírat... Venku se mezitím setmělo a drak se uložil ke spánku. Nabídl Filoméně, že jí vyrobí ze slámy a mechu hnízdo jen pro ni, aby měla kde spát, ta však odmítla a dál se odhodlaně soustředila na poslední příklad. Celou noc si nad ním lámala hlavu, až se svítáním konečně přišlo prozření.

„Mám to!“ zajásala, čímž se jí povedlo probudit čtyři z šesti drakových hlav. „Hotovo! Vyřešeno!“ volala, což probudilo i ty zbylé dvě.

„Opravdu?“ zeptal se drak trochu posmutněle.

„Ano. Vezmeš mě teď zpátky domů?“

„Samozřejmě. Ale bude se mi po tobě stýskat…“ vzdychl.

„Ale to přece nemusí! Řeknu všem, jak milý jsi a jak dobře rozumíš matematice. Až tě lidé v mém království poznají a dojde jim, co jsi zač, nebudeš mít o přátele nouzi! A i mě samozřejmě budeš moct navštěvovat!“

„Vážně? To by bylo úžasné…“ zasnil se dráček.

„Taky že bude,“ přitakala princezna.

A tak ji drak opět – jemně – chytil do svých spárů a přes hory a doly, přes lesy a pastviny ji unášel až na zámek. Tam Filoménu přivítala směsice koček, rádců a poddaných, kteří byli po dobu její nepřítomnosti starostmi celí bez sebe. Po radostném shledání přišlo seznamování a vysvětlování… Nebylo to jednoduché, ale nakonec všichni překonali svůj strach a předsudky, a z dráčka, který dostal jméno Pythágoráček, se stal plnohodnotný občan království Za sedmero horami. A pokud neumřel (doba dožití draků zůstává stále neobjasněna, takže je to dost dobře možné), vede tam matematický kroužek a kurzy vegetariánského vaření dodnes.

Pomocníček

Jak jste si mohli z předchozích dvou sérií všimnout, baví mě úlohy s posloupnostmi. Ale bez nějaké větší znalosti posloupností jsou ty příklady buď moc jednoduché, nebo moc složité - podle toho, jestli hádáním odhalíte logický postup, nebo na něj nepřijdete. Proto se třetí sérií vychází tento pomocníček, který Vám poskytne více informací, jak řešit složitější úlohy z posloupností a bez něj se Vám budou nadcházející úlohy řešit stěží.

Posloupnosti podle jejich vlastností můžeme řadit do speciálních kategorií. Jednou z nich jsou posloupnosti aritmetické. V této sérii se s aritmetickou posloupností setkáte, tak si ji vysvětlíme. Aritmetická posloupnost je charakterizována tím, že mezi 2 jejími po sobě jdoucími členy je vždycky stejný rozdíl. Říkáme mu d (diference) a funguje to následovně. Mějme posloupnost:

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots$$

a na ni si ukážeme diferenci. Diference je rozdíl dvou po sobě jdoucích členů posloupnosti. Tak si vezmeme třeba druhý člen posloupnosti (3) a první člen posloupnosti (1) a odečteme je od sebe.

$$3 - 1 = 2$$

Rozdíl mezi těmito dvěma členy je 2. Při pohledu na naši posloupnost vidíme, že tato diference platí pro všechny dva po sobě jdoucí členy naší posloupnosti. Při svém výkladů používám pojmy jako první člen, druhý člen apod. Členy v posloupnosti mají totiž každý své číslo pořadí, vlastní pozici. V naší posloupnosti je na první pozici číslo 1, na druhé pozici číslo 3, na třetí pozici číslo 5, a tak dále. Všimněme si, že jsem za poslední číslo naší posloupnosti napsal tři tečky. To je proto, že tato posloupnost není ukončená, tři tečky nahrazuje dalších nekonečno pozic s nekonečno přiřazenými čísly, ale to můžete vypustit z hlavy, protože tím se zabývat nebudeme (je to jen pro představu, že dále existuje sedmý člen, osmý člen, desátý člen a my si ho případně dokážeme spočítat, ale nemusíme ho vypisovat).

Člen posloupnosti značíme “a” a do pravého dolního indexu tohoto “a” píšeme číslo, které značí, na jaké pozici se daný člen vyskytuje. Člen a_4 označuje čtvrté číslo v pořadí naší posloupnosti, tedy číslo 7.Číslo 9 se vyskytuje na páté pozici naší posloupnosti, tedy bychom ji označili a_5. Symbolicky a obecně pro diferenci d platí:

$$d = a_{n+1} - a_n$$

Nenechte se zmást tím, že v dolním indexu je teď nějaké n a že tam je dokonce i operace. Písmenko “n” představuje jakékoliv číslo, které si vymyslíte. A “$n + 1$” zase značí číslo, které získáme tak, že ke zvolenémů číslu n přičteme jedničku.

Podívejme se na příklad. Za “n” si zvolím číslo 3, vypadá to takhle:

$$d = a_{3+1} - a_3 = a_4 - a_3$$

Pojďme si to i spočítat. Pracujeme s pořád tou stejnou posloupností a na diferenci d máme zjistit rozdíl čtvrtého a třetího členu této posloupnosti. Podívejme se tedy nahoru a zjistěme, jaké číslo se nachází na čtvrté a jaké na třetí pozici. Je to 7 a 5 respektive, tak je dosaďme do našeho příkladu.

$$d = 7 - 5 = 2$$

Diference nám vyšla 2 (což jsme předpokládali, když je diference pro celou posloupnost stejná). Dále také zavádíme pojem součet posloupnosti. Když sečteme všechny členy posloupnosti po určitý člen, tak to je součet posloupnosti, představujeme ho písmenkem “s”. Pro součet posloupnosti “s” platí:

$$s = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Součet posloupnosti zjistíme tak, že vynásobíme určitým číslem (toto číslo označuje počet členů v posloupnosti) součet prvního a posledního členu posloupnosti a pak to celé vydělíme dvěma. Použijeme znovu naší posloupnost. Řekněme si, že bychom chtěli spočítat součet jejich prvních 5 členů. Vzoreček tedy upravíme následovně a poté i dosadíme:

$$s = \frac{5(a_1 + a_5)}{2} = \frac{5(1 + 9)}{2} = \frac{5 \cdot 10}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

Součet prvních pěti členů naší posloupnosti je 25, toto si můžeme i jednoduše ověřit, když je jeden po druhém k sobě přičteme.

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

V naší jednoduché posloupnosti bychom je mohli sčítat i takto, ale co kdybychom chtěli sečíst prvních 100 členů, nebo sečíst posloupnost, která má diferenci 50. To už by bylo mnohem náročnější, proto se učíme sčítat přes vzoreček.

Abyste vypočetli příklad, který mám pro Vás nachystaný, ukážeme si ještě jeden vzoreček, který nám poodhalí, jak spočítat diferenci, když znám první člen a nějaký neurčitý člen posloupnosti (tedy ne 2 členy jdoucí za sebou).

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

Ještě jednou radši zopakuji, “a_n” je zatím neurčený člen. Jakmile za “n” dosadíme číslo dle naší potřeby, stane se z něj člen na určité pozici. Dále “a_1”

vyjadřuje člen na první pozici posloupnosti, její první člen. A "$d \cdot (n-1)$" je diference krát $n-1$. Jakmile za "n" u členu "a_n" dosadíme konkrétní číslo, i tady za toto "n" dosadíme to stejné číslo. Použijeme ho pro ujasnění v praxi. Dejme tomu, že známe pouze první člen posloupnosti, který je 1 a šestý člen posloupnosti, který je 11 a chceme vypočítat diferenci této posloupnosti. Dosadíme si do vzorečku:

$$
\begin{aligned}
a_6 &= a_1 + d \cdot (6-1) \\
11 &= 1 + d \cdot 5 && \text{/ odešíst 1 z obou stran} \\
10 &= d \cdot 5 && \text{/ vydělit obě strany 5} \\
d &= 2
\end{aligned}
$$

Teď byste měli mít vše potřebné k vyřešení dalších úloh z posloupností. Předpokládám, že řešit lineární rovnice s jednou neznámou zvládáte a vyjadřovat si neznámé ze vzorečku také. Přeji mnoho štěstí v počítání KoKoSu!

*Řešení úloh 3. série posílejte do **3.3.2023** na známou adresu:*

KoKoS
Gymnázium Mikuláše Koperníka
gmkkokos@seznam.cz

Autorská řešení 2. série

Úloha 1.

Jeden ze způsobů: Když se podíváme na rozdíly mezi členy posloupnosti, tak první z nich je 2, druhý 6, třetí 18. Všimneme si, že jejich rozdíl je vždy třikrát větší. To znamená, že rozdíl mezi 28 a otazníkem bude 3x18, tedy 54. $28 + 54 = 82$.

Matěj

Úloha 2.

Obsah čtverce: a^2.
Obsah kruhu: $\pi r^2 = \frac{a^2}{36}$.
Obsah 7 kruhů (šedá oblast): $7\pi r^2 = 7 \cdot \frac{a^2}{36}$.
Obsah bílé plochy: $a^2 - 7\pi \cdot \frac{a^2}{36} = a^2 \left(1 - \frac{7\pi}{36}\right) = \frac{a^2}{36}(36 - 7\pi)$.

Poměr bílé plochy ke čtverci: $\frac{\frac{a^2}{36}(36-7\pi)}{a^2} = \frac{36-7\pi}{36} : 1$.
Abychom měli poměr v procentech, vynásobíme ho stovkou: $100 \cdot \frac{36-7\pi}{36} \approx 38,91\%$.

Vítek

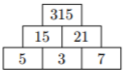
Úloha 3.
Číslo 315 se může skládat z těchto součinů na 2. řádku pyramidy:

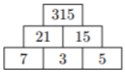
$$1 \cdot 315, 3 \cdot 105, 5 \cdot 63, 7 \cdot 45, 9 \cdot 35, 15 \cdot 21$$

Součin $1 \cdot 315$ můžeme vyřadit, protože čísla v pyramidě se nesmí opakovat.

Ze stejného důvodu můžeme vyřadit i tyto součiny (na 3. řádku by se jejich součinitelé opakovali): $3 \cdot 105$ protože $3 = 1 \cdot 3$, $5 \cdot 63$ protože $5 = 1 \cdot 5$, $7 \cdot 45$ protože $7 = 1 \cdot 7$ a $9 \cdot 35$ protože $9 = 1 \cdot 9$ nebo $3 \cdot 3$.

Zbyl nám tedy pouze součet $15 \cdot 21$, který se dá rozložit na $5 \cdot 3$ a $3 \cdot 7$, kdy číslo 3 je na 3. řádku sdílené pro oba součiny (pro 15 i pro 21). Čísla proto musíme umístit $5, 3, 7$ nebo $7, 3, 5$.





Petra

Úloha 4.
Prvně si musíme uvědomit, co hledáme - obsah čtverce. Potřebujeme tedy zjistit délku strany tohoto čtverce, označme si ji x.

Do obrázku ze zadání si můžeme nakreslit libovolný poloměr kružnice a stále bude jeho délka 5m. Vhodně si ho dokreslíme do levé kružnice, jak můžeme vidět v náčrtu (směrem dolů, tak aby byl tento poloměr kolmý k podložce). Nyní si ještě můžeme jedním dalším pětimetrovým poloměrem spojit střed kružnice a bod vyznačující čtverec (na obrázku označen A).

První námi dokreslený poloměr si můžeme rozdělit na dvě části délku x (strana čtverce a tento poloměr jsou rovnoběžné) a dále zbytek tohoto poloměru vyjádříme pomocí x, tedy $x - 5$.

Můžeme si zde vytvořit pravoúhlý trojúhelník ABC. Poslední stranu CA si označíme další neznámou y.

V tomto trojúhelníků ABC platí známá pythagorova věta $c^2 = a^2 + b^2$. Vytvoříme si tedy rovnici:

$$5^2 = (5 - x)^2 + y^2$$

Rovnici si upravíme na $(5 - x)$ umocníme podle vzorce $(a + b)^2$:

$$25 = 25 - 10x + x^2 + y^2$$

$$y^2 = 10x - x^2$$

Nyní si můžeme všimnout, že když propojíme oba středy kružnic dostaneme úsečku, jejíž délka bude $2y+x$. Známe poloměry kružnic a můžeme proto vytvořit rovnici:

$$2y + x = 10$$

Nyní si z našich rovnic vytvoříme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých, kterou můžeme dovyřešit:

$$y^2 = 10x - x^2$$

$$2y + x = 10 \quad x = 10 - 2y$$

(můžeme použít dosazovací metodu = z jedné rovnice si vyjádříme neznámou pomocí druhé a dosadíme do druhé rovnice)

$$y^2 = 10(10 - 2y) - (10 - 2y)^2$$

$$y^2 = 100 - 20y - 100 + 40y - 4y^2$$

$$5y^2 - 20y = 0$$

$$y^2 - 4y = 0$$

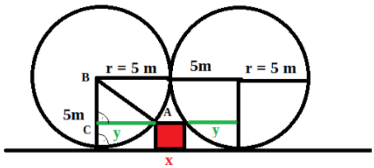
$$y(y-4)=0$$

y může být 0 a 4 (teď dosadíme do rovnice $x = 10 - 2y$, abychom získali x)

$$x = 10 - 2 \cdot 0 \quad x = 10$$

$$x = 10 - 2 \cdot 4 \quad x = 2$$

Pro námi hledané x nám vyšly dvě možnosti 2 a 10 metrů. Z obrázku ale vidíme, že strana čtverce nemůže být 10 metrů. Máme tedy jedno řešení a to 2 metry. Nyní už jenom vypočítáme obsah (strana na druhou): $x^2 = 2^2 = 4$ metrů čtverečních.



Helča

Úloha 5.

a) Nejprve se zaměříme na samotnou dělitelnost 3 a 9: Víme, že je číslo dělitelné třemi, pokud je jeho ciferný součet dělitelný třemi (např. u čísla 6729 je ciferný součet $6 + 7 + 2 + 9 = 24$ a 24 je dělitelná třemi, proto je i číslo 6729 dělitelné třemi).
U dělitelnosti devíti je to podobné, pokud je ciferný součet čísla dělitelný devíti, potom je i dané číslo dělitelné devíti (např. opět u čísla 6729 je ciferný součet 24, 24 není dělitelná 9, proto ani číslo 6729 není dělitelné 9).
Když jsme si připomněli pravidla dělitelnosti třemi a devíti, můžeme se zaměřit na čtyřmístná čísla u našeho příkladu. Máme všechny kombinace čtyřmístných čísel z číslic 2, 3, 5 a 8.
Protože známe pravidla dělitelnosti 3 a 9, víme, že na pořadí a uspořádání těchto číslic nezáleží.
Uděláme si proto ciferný součet: tedy $2 + 3 + 5 + 8 = 18$
Číselný součet vyšel 18. 18 je dělitelná 3 i 9.
Proto můžeme udělat závěr, že všechna čtyřmístná čísla poskládaná z těchto číslic budou také dělitelná třemi i devíti.
b) Stačí nám určit všechny možné kombinace těchto čísel.

Na první pozici mohou být 4 různé číslice (konkrétně 2, 3, 5 a 8). Na druhé pozici mohou být 3 různé číslice (protože jednu už jsme použili na 1. pozici). Na třetí pozici mohou být 2 různé číslice (dvě číslice jsme již použili na první a druhé pozici). Na čtvrté pozici může být pouze 1 číslice (ostatní tři jsme už museli použít).
Máme tedy $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ kombinací (můžeme také vyjádřit tzv. faktoriálem $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$).
Nyní už jenom vypočítáme tento součin: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.
Můžeme tedy vytvořit celkem 24 různých čísel. **c)** Víme, že číslo je dělitelné 6 právě tehdy, když je zároveň dělitelné 3 a 2 (dělitelnost 3 je vysvětlena u části **a**) a číslo je dělitelné 2, když je jeho poslední cifra dělitelná dvěma, tedy když je dané číslo sudé. Již jsme si vypočítali, že máme celkem 24 možností, jak 4 číslice uspořádat, a že jsou všechna čísla dělitelná 3. Zaměříme se tedy pouze na dělitelnost 2.

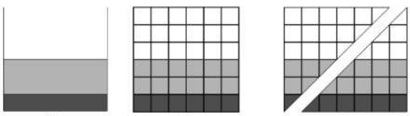
Podíváme se na zadané číslice: 2, 3, 5, 8. Čtyřmístné číslo bude dělitelné 2, když jeho poslední číslice bude dělitelná 2 - v našem případě musí být poslední číslice 2 nebo 8. Musíme proto našich 24 kombinací vydělit 2, protože jsme vyřadili polovinu kombinací (máme podmínku: na posledním místě je 2 nebo 8 a nesmí tam proto být 3 ani 5, ostatní cifry nás už nezajímají a můžeme libovolně kombinovat).

Celkem 12 čísel je dělitelných i šesti.

Helča

Úloha 6.

Pro lepší představu si celý čtvercový kapesník rozdělíme na menší čtverce. Vzhledem k hodnotám $\frac{1}{6}$ a $\frac{1}{3}$ je vhodné použít rozdělení, kdy každá strana má "6 čtverců" (viz obrázek 2). Po rozstřihnutí získáme dva stejně velké trojúhelníky, ale s jinými barevnými podíly. V jednom trojúhelníku je celkem 18 čtverců, tj. 36 malých trojúhelníčků (viz obrázek 3).



Obr. 1 Obr. 2 Obr. 3

První trojúhelníkový šátek:

- bílá část: 27 trojúhelníčků $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$
- šedá část: 8 trojúhelníčků $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$
- černá část: 1 trojúhelníček $\frac{1}{36}$

Druhý trojúhelníkový šátek:

- bílá část: 9 trojúhelníčků $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
- šedá část: 16 trojúhelníčků $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$
- černá část: 11 trojúhelníčků $\frac{11}{36}$

Monča

Výsledkové listiny

6. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Kristýna	Janečková	5	-	6	-	7	-	18	38
2.	Filip	Chrástek	-	-	-	-	-	-	0	3

7. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Jan	Srch	5	7	6	4	7	-	29	67
2.	Amálie	Matyášková	-	-	-	-	-	-	0	30
3.	Tereza	Nováčková	-	-	-	-	7	-	7	21
4.	Amálie	Škarková	-	-	-	-	-	-	0	19
5.	Martin	Lindovský	-	-	-	-	-	-	0	16
6.	Zaynab	Ghaleb	-	-	-	-	-	-	0	15
7.	Ema	Děrgelová	-	-	-	-	-	-	0	13
8.-10.	Matěj	Adamčík	-	-	-	-	-	-	0	11
	Kateřina	Demlová	-	-	-	-	-	-	0	11
	Ema	Gavendová	-	-	-	-	-	-	0	11
11.	Matěj	Dvořák	-	-	-	-	-	-	0	9
12.	Rozálie	Vrkočová	-	-	-	-	-	-	0	8
13.-14.	Ema	Harvey	-	-	-	-	-	-	0	7
	Elizabet	Šimková	-	-	-	-	-	-	0	7
15.	Veronika	Martinásková	-	-	-	-	-	-	0	4
16.	Johana	Mužná	-	-	-	-	-	-	0	0

8. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Kryštof	Sívek	5	7	6	8	7	-	33	73
2.	Dan	Školař	-	-	-	-	-	-	0	40
3.	Amálie	Štiková	-	-	-	-	-	-	0	7
4.	Štěpán	Skřítecký	-	-	-	-	-	-	0	0

9. ročník

	jméno	*příjmení*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*S*	$\sum$
1.	Lucie	Kuzníkova	5	7	6	8	7	-	33	64