



KOKOS

36. ročník ★ 5. leták

Už jsme pro Tebe připravili 5. sérii KoKoSu! Co čeká princeznu Filoménu tentokrát? Jedná se o poslední sérii tohoto roku a my už pro ty nejlepší z Vás chystáme super ceny. Tak neváhej a pusť se do řešení! To můžeš posílat do *26. května*.

Organizátoři

Zadání úloh

V dalekém království za devatero horami a řekami žila byla princezna Filoména. Byla to princezna líbezná, milá, spanilá a převelice chytrá, v posledních pár týdnech navíc také převelice zabraná do práce.

„Tolik času jsem zameškala!“ stěžovala si princezna svým šesti kočkám. „Tolik povinností zanedbaných... Co by tomu řekl můj nebohý zesnulý tatíček král? Tohle království potřebuje, aby ho zase někdo vzal pevně do ruky, už s tím nemohu déle otálet!“ A tak se princezna po všech svých únosech a dobrodružstvích vrhla naplno do práce, revidovala zákony, naslouchala svým poddaným, rozhodovala spory, večerela s velvyslanci z dalekých krajů, nechávala opravovat mosty a cesty, otvírala školy, zaváděla úsporná opatření, aby se naplnila královská pokladnice, provedla měnovou reformu, zeštíhlovala byrokratický aparát, přijala legislativu zakazující používání jednorázových plastových brček... No, nenudila se.

Občas se jí však do hlavy i v tom všem shonu vplížila myšlenka na drahého papá a jeho poslední přání a podmínku: dokud se Filoména nevdá, nemůže být korunována a stát se plnohodnotnou královnou...

Ale přece už se tak snažila! Námluvy zorganizovala, jen aby byla unesena čarodějem a následně odhalila, že mezi nápadníky není jediný, co by měl dvě mozkové buňky pohromadě... Ne, na lásku ona nemá čas! Musí se věnovat vládnutí! To je to, co její království potřebuje... A co, že zůstane jen princezna, na co královský titul...

A tak se Filoména rozhodla, že o lásce nebude ani uvažovat. Když byla osamělá, stačilo jen pohlédit jednu ze svých geniálních koček, vypočítat si s nimi matematický příklad, a hned jí bylo líp!

Úloha 1. (7 bodů): *Hlemýžď' lezl na strom o výšce 10 m. Ve dne vylezl vždy o 4 m nahoru, v noci sklouzl o 3 m dolů. Za kolik dní dosáhl vrcholu?*

S příklady jí čas příjemně ubíhal a na svém hradě si žila dlouho relativně poklidně. To však nemělo mít věčné trvání. . .

„Vaše Výsosti! Vaše Výsosti! Přišla k nám zvláštní návštěva, měla byste se jít podívat!“

Princezna znepokojeně vstala od práce. Nikoho nečekala. . . Že by další drak či zlý čaroděj? Nebo snad některý z jejích podivných přátel z lázní? Ani jedno z toho nebylo dobré. . . Musela zjistit, co se děje.

Před branami paláce se jí však naskytl zcela jiná podívaná, než čekala. Stál tam velký zdobný kočár tažený čtyřspřežím běloušů, z okénka se vyklánělo několik korunovaných hlav a na kozlíku seděl vodník.

„Čauku mňauky!“ zvolal vodník. „Jsme tu správně v Království za devatero horami?“

„Anoo. . . A vy jste kdo?“ zeptala se princezna nejistě.

„Já jsem vodník, Lukpuk jméno mé! Já jenom řídím. Vezu s sebou ale jeden královský dvůr v pořádné depresi, vy vypadáte, že tady tomu šéfujete, tak byste se na ně asi měla jít podívat. . .“ Vodník seskočil z kozlíku a jal se otevírat dveře kočáru. Z nich vystoupil muž oblečený jako princ a krásná žena, která byla očividně královna.

„Ach, naše trýznivá cesta je u konce!“ zvolala ona žena s hlasitým vzlykem. „Jsme zde skutečně v Království za devatero horami?“ obrátila se na princeznu.

„Je tomu vskutku tak. . .“

„Díky bohu!“ zvolala dramaticky královna. „Přijíždíme k vám z Království za sedmero řekami. Já jsem jeho ubohá královna Ornella. Potkala nás strašlivé neštěstí!“

„Ale to snad ne, jaké neštěstí?“ zeptala se princezna ustaraně.

„Má dcera. . .“ vzlykla královna, „Má dcera. . . Někjaký odporný všivý vrah zabil milovanou kočku mé dcery! A mé dítě to neuneslo. . . Má krásná dcera se ze žalu vrhla z nevyšší věže našeho hradu! Ach ach, nemohu o tom mluvit. . .“

„Měli jsme se s princeznou brát. . .“ dodal smutně princ. „Královna Ornella měla být mou tchýní. . . Neunesla pobyt na hradě a v království spojeném s tolika bolestnými vzpomínkami, a tak jsem se ji rozhodl doprovodit sem, kde se chtěla najít útočiště. . .“

„Nic už mě v životě netěší. . . Snad jen kočky a matematika, ty má dcera zbožňovala. . .“ vzlykla opět královna.

„Ach, to je strašlivé!“ zvolala princezna soucitně. „Ale tady, tu máte kapesníček a matematický příklad na uklidnění, snad se vám alespoň trochu uleví. . .“

Úloha 2. (7 bodů): *Pokud k neznámému číslu přičteme číslo k němu opačné a číslo k němu převrácené, dostaneme výsledek 2. Jaké je neznámé číslo?*

Po vypočítání příkladu bylo královně skutečně o něco lépe, takže už byla alespoň schopna mluvit. V tu chvíli se přišly k branám zámku podívat princezny kočky, co že se to vlastně děje, a když Ornella zjistila, že princezna Filoména vlastní šest mluvících matematicky geniálních koček, nebylo cesty zpět. . .

„Musíme u vás na nějaký čas pobýt! Proším, dovolte to, princezno! To je přesně to, co teď potřebuji, jinak se asi neudrím. . . A vrhnu se ze skály za svou dcerou!“ rozplakala se.

„Ale ano, samozřejmě, že tady můžete zůstat. . .“ souhlasila princezna trochu bezradně. Co měla s ubohou nešťastnou královnou dělat? A tak se královna, princ a vodník nastěhovali na zámek.

Hosté to byli poněkud zvláštní a atmosféra podivná. Jak měla Filoména utěšit zoufalou královnou? Navíc měla v poslední době ze všech těch nápadníků, čarodějů, draků a lidojedů trochu sociální úzkost... Taková návštěva jí zkrátka vůbec nepřišla vhod. Přesto se snažila královně zvednout náladu, jak to jen šlo. Na to se už od začátku nejlépe osvědčily kvalitní matematické úlohy, a tak se princezna rozhodla postarat o to, aby jich měla Ornella pravidelný přísun.

Takto vznikla příjemná tradice vzájemného zadávání si příkladů u odpoledního čaje, kterou si všichni skutečně užívali.

„Já začínám, mám jeden skvělý!“ zvolala královna.

Úloha 3. (6 bodů): *Královna prozkoumávala princeznu veliký zámek. Vyrazila ze svého pokoje a udělala okruh přes všechny místnosti zase zpátky. Když přišla do hodovní síně, odbýjelo na věži 7 hodin. To měla za sebou čtvrtinu cesty. Když procházela okolo kuchyně, ukazovaly hodiny 7 hodin a 5 minut. V tu dobu měla za sebou třetinu cesty. V kolik hodin se vrátila do své komnaty? Kdy vyšla? Jak dlouho jí cesta trvala?*

„Krásný příklad, Vaše Veličenstvo!“ prohlásila princezna po tom, co si všichni porovnali svá řešení. „Děkuji, hned je mi o něco lépe...“ „Teď já, teď já, teď já!“ hlásil se vodník o slovo a samým nadšením u toho málem převrhl lavor, který měl pod sebou, aby nezamácel Filoménu koberec. „Já mám ten úplně nejlepší příklad! Obvykle u sebe v hradním rybníku spíše chytám rybičky (a dušičky), ale ta matematika mě začala nějak bavit, od té doby, co tu jsme... Dokonce bych řekl, že jsem v ní vážně dobrý! Tak poslouchejte můj příklad...“

Úloha 4. (8 bodů): *Je dána řada čísel: 2, -6, 10, -22, 42, ?*

Jaké číslo patří na místo otazníku? (Vymysli alespoň dva způsoby řešení, jak se k hledanému číslu dostat, ke druhému možná pomůže způsob řešení podobného příkladu z předchozí série.)

„Kvalita,“ ocenila princezna Filoména. „Teď jsem na řadě já...“

Úloha 5. (7 bodů): *Na záhon o rozměrech 10 x 15 m se při zalévání využije 30 konví vody po 8 litrech. Při slabém dešti spadnou 2 mm vody. V kterém případě bude záhon lépe zavlažen?*

Sotva příklad dopověděla, vyskočila královna Ornella a se strašlivým srdceryvným vzlykem vyběhla pryč z místnosti.

„Co se děje? Řekla jsem něco?“ ptala se princezna zmateně.

„Víte, on totiž vrah kočky její dcery byl zahradník. . .“ pošeptal jí vodník. „Aaa asi bych měl jít za ní. . . Jednou jsem královně vyprávěl, co se děje s dušemi, které chytím, a vypadala, že ji to docela uklidňuje, tak by to snad mohlo zabrat i teď. . . Užívejte!“ S těmi slovy se zvedl a s hlasitým čvachtáním odešel směrem za královnou.

A tak zůstali princezna s princem sami. Princ byl pro Filoménu záhadou. Vysoký, nemluvný, zato však vymýšlel ty nejlepší matematické úlohy. . . Když na ni za poslední dobu byli vodník s královnou už příliš, procházeli se spolu po zahradě, povídali si o životě, o vládnutí, o matematice. . . V hrudi se jí pomalu ale jistě začínal rodit jistý pocit, zvláštní emoce, kterou by vůbec nečekala. . .

„Budeme pokračovat v příkladech?“ zeptal se princ.

„Jistě, proč ne.“

„Tak poslouchajte. . .“

Úloha 6. (5 bodů): *Cesta z princova království do Království za devatero horami, kde žije princezna, je dlouhá asi 144km. Princ jedoucí ze svého království zjistil po pěti hodinách jízdy, že ještě pojede k princezně tři hodiny. Kolik km ujel za jednu hodinu? (Předpokládejme, že princův kuň udržuje celou cestu stejnou rychlost, je to frajer.).*

„To je opravdu zajímavá úloha,“ řekla princezna obdivně. „Děkuji. Ale má i praktický přesah. . . Víte, osm hodin cesty, to není až tak daleko. Mohli bychom žít měsíc tady, měsíc u nás. . .“ „Jak to myslíte?“ zeptala se princezna se zatajeným dechem.

„Vaše Výsosti, moc vás miluji. Už od první chvíle, co jsem vás spatřil!“ Poklekl na jedno koleno. „Filoméno, drahá, světlo mých dní. . . Vezmete si mě?“ „Ano!“ vykřikla princezna.

A dál už si to, drahý čtenáři, určitě domyslíš. Byla svatba, jakou království nepamatovalo. Celé tři dny se jedlo, pilo a hodovalo. Královna s vodníkem šli za svědky, družičky princezně dělalo jejich šest koček. Na svatbu přišla i paní ježibaba Jáza, dráček Pythagoráček a možná i Randalf Modrý, toho času učitel matematiky, se mihnul někde v davu. Naštěstí se ale nenechal spatřit. No a co princ s princeznou? Jestli nezemřeli, řeší spolu matematické úlohy při měsíčku doteď.

Řešení úloh 5. série pošlete do 26.5.2024 na známou adresu:

KoKoS

Gymnázium Mikuláše Koperníka

gmkkokos@seznam.cz

Autorská řešení 4. série

Úloha 1.

Jeden z možných postupů (tento používá Nela): Pomocí následující rovnice:

$$\begin{aligned} \text{Ve třetí etapě uletěl} & \quad x \text{ km} \\ \text{První etapa} & \quad 2x \text{ km} \\ \text{Druhá etapa} & \quad (2x - 10) \text{ km} \\ \text{Dohromady} & \quad 65 \text{ km} \end{aligned}$$

Rovnice pro součet vzdáleností je:

$$x + 2x + (2x - 10) = 65$$

Řešení rovnice:

$$5x - 10 = 65$$

$$5x = 75$$

$$x = 15$$

Odpověď:

- V první etapě uletěla 30 km,
- ve druhé etapě 20 km,
- a ve třetí 15 km.

Vera

Úloha 2.

Předpokládejme, že za čtvrt hodiny bude 10:15. Minutová ručička bude ukazovat na 3 a hodinová ručička bude ve čtvrtině cesty od 10 k 11. Ciferník hodin si představíme rozdělený na 48 stejně velkých dílků, kde ručičky svírají úhel o 19 dílcích.

Úhel mezi ručičkami převedeme na stupně:

$$\frac{19}{48} = \frac{x}{360}$$

Výpočet:

$$x = \frac{19}{48} \times 360 = 142.5^\circ$$

Tímto způsobem zjistíme, že úhel mezi ručičkami v 10:15 bude přibližně 142.5 stupňů.

Vítek

Úloha 3.

Černovlasých ulovila dvakrát více než zrzavých, takže poměr bude Č2:Z1. Potom zrzků je čtvrtina, co hnědovlasých, takže bude H4. A nakonec blonděáků je jedna pětina, což je 20 %, tedy půlka z hnědovlasých, takže bude B2. Výsledek bude B2:H4:Č2:Z1 Tento poměr ukazuje relativní zastoupení studentů v jednotlivých jazykových kurzech.

Nelča s pomocí Lukáše

Úloha 4.

Zpracujeme následující úpravy:

$$\sqrt{x+36} + \sqrt{2x-33} = \sqrt{6x+6}$$

Obě strany umocníme:

$$(x+36) + 2\sqrt{(x+36)(2x-33)} + (2x-33) = 6x+6$$

Po odečtení $3x+3$ od obou stran:

$$2\sqrt{(x+36)(2x-33)} = 3x+3$$

Opět umocníme:

$$4(x+36)(2x-33) = (3x+3)^2$$

Roznásobíme a upravíme:

$$8x^2 + 156x - 4752 = 9x^2 + 18x + 9$$

$$x^2 - 138x + 4761 = 0$$

Vypočítáme Diskriminant

$$D = (-138)^2 - 4 \cdot 4761 = 0$$

Když diskriminant nabývá nule, má rovnice právě jedno řešení, které si dopočítáme podle vzorce:

$$x = \frac{-(-138)}{2} = 69$$

Zkouška

$$L = \sqrt{69+36} + \sqrt{2 \cdot 69 - 33}, \quad P = \sqrt{6 \cdot 69 + 6}$$

$$L = 105 + 105 = 210, \quad P = 210$$

$$L = P$$

Máme jedno správné řešení: $x = 69$.

PS: Lukáš zde, pokud to někdo z vás vypočítal, tak fakt dobře vy, pokud ne tak si s tím nic nedělejte. Je to těžké pro mě

Helča

Úloha 5.

Vidíme, že se střídá kladné a záporné znaménko. Tedy musíme čísla v posloupnosti násobit nějakým záporným číslem, ale žádné nevyhovuje. Z toho vyplývá, že ještě musíme něco přičítat nebo také odečítat.

Po chvílce zkoušení zjistíme, že správný vzorec pro náš případ je:

$$a_{n+1} = -2 \cdot a_n + 1$$

Za otazník proto patří číslo -53 .

Toto je jen příkladné řešení, existuje ještě jedno jednodušší, ale na to jste určitě přišli (podívejte se na rozdíl sousedících čísel posloupnosti).

Matěj

Úloha 6.

Výraz $(a - b)^4$ si rozložíme na mnohočlen:

$$a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

Výraz $(b - a)^4$ si taky rozložíme na mnohočlen:

$$a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

Zjistíme, že nám vyšly úplně stejné mnohočleny, takže se i ty výrazy musí rovnat.

Vítek

Výsledkové listiny

6. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
1.	Kristýna	Janečková	4	7	6	-	7	-	24	82
2.	Patrik	Nedvěd	-	-	-	-	-	-	0	76
3.	Filip	Chrástek	-	-	-	-	-	-	0	3

7. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
.	Jan	Srch	5	7	6	7	7	8	40	149
2.	Amálie	Matyášková	-	-	-	-	-	-	0	30
3.	Ema	Harvey	4	3	6	-	7	-	20	27
4.	Tereza	Nováčková	-	-	-	-	-	-	0	21
5.	Amálie	Škarková	-	-	-	-	-	-	0	19
6.	Martin	Lindovský	-	-	-	-	-	-	0	16
7.	Zaynab	Ghaleb	-	-	-	-	-	-	0	15
8.	Ema	Děrgelová	-	-	-	-	-	-	0	13
9.-11.	Matěj	Adamčík	-	-	-	-	-	-	0	11
	Kateřina	Demlová	-	-	-	-	-	-	0	11
	Ema	Gavendová	-	-	-	-	-	-	0	11
12.	Matěj	Dvořák	-	-	-	-	-	-	0	9
13.	Rozálie	Vrkočová	-	-	-	-	-	-	0	8
14.	Elizabet	Šimková	-	-	-	-	-	-	0	7
15.	Veronika	Martinášková	-	-	-	-	-	-	0	4
16.	Johana	Mužná	-	-	-	-	-	-	0	0

8. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
1.	Kryštof	Sívek	5	7	6	7	7	8	40	156
2.	Dan	Školař	-	-	-	-	-	-	0	40
3.	Amálie	Štiková	-	-	-	-	-	-	0	7
4.	Štěpán	Skřítecký	-	-	-	-	-	-	0	0

9. ročník

	<i>jméno</i>	<i>příjmení</i>	1	2	3	4	5	6	S	Σ
1.	Lucie	Kuzníková	-	-	-	-	-	-	0	93