



# KOKOS

37. ročník      ★      1. leták

Milý řešiteli!

Už je tady zase září a s ním další ročník KoKoSu - Koperníkova Korespondenčního Semináře! Jako každý rok, i letos na Tebe čeká pět sérií, které budou v průběhu školního roku vycházet. Každá série bude obsahovat 6 různě těžkých příkladů, které budou zakomponované do zajímavého příběhu - letos se vydáš na důležitou výpravu s elfy. Během roku také vyjde tzv. Pomocníček, který ti objasní některé zajímavé matematické téma. Jestliže budeš v řešení úloh úspěšný, máš šanci se na konci roku umístit na vrcholu výsledkové listiny a vyhrát za svou píli hodnotné ceny! Chceš se dozvědět něco nového z matematiky a zároveň se pobavit nad krátkým příběhem? Porovnal bys rád své síly se svými vrstevníky? Pak směle do toho! Na začátek si ale přečti pravidla našeho semináře, kterými se každý KoKoSák vždy řídí:

- KoKoS je celonárodní matematická korespondenční soutěž pro žáky 6. – 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.
- Ročník je rozdělen do pěti sérií. V každé sérii Ti zašleme leták se zadáním úloh. Ty je vyřešíš a pošleš nám je emailem zpět. My je opravíme, ohodnotíme a zašleme Ti je zase nazpátek spolu se zadáním další série.
- Na řešení máš vždy několik týdnů. Toto je první série, jejíž uzávěrka je **8. října**.
- Jednotlivé příklady piš na papíry formátu A4 nebo A5. **Na každý papír piš řešení pouze jednoho příkladu!** Více příkladů na jednom papíru nám přidává práci a vzhledem k počtu řešitelů se takovými řešeními nemůžeme a nebudeme zabývat!
- U každé úlohy připiš **do levého horního rohu** své jméno, příjmení, **číslo série a úlohy**.
- U každého příkladu musíš pečlivě vylíčit postup řešení. Uvedeš-li pouze výsledek nebo nezdůvodníš-li dostatečně své závěry, nemusíme Tvé řešení považovat za kompletní a úplné – zbytečně poté ztrácíš body!

- Do našeho semináře se můžeš přihlásit kdykoliv, i v průběhu. Také nemusíš nutně odeslat všechny série nebo úlohy (i když poté Tě asi ve výsledkové listině předběhnou usilovnější řešitelé). Vždy ale musíš před prvním odesláním řešení (tedy pokud KoKoS řešíš poprvé) **vyplnit internetovou přihlášku!** Tu najdeš na adrese <http://kokos.gmk.cz/prihlaska>. Pokud už ses přihlásil loni, přihlášku nemusíš vyplňovat. Řešeními, která odešleš, aniž by ses řádně přihlásil, se nezabýváme.
- Vyplatí se pravidelně sledovat naše webové stránky <http://kokos.gmk.cz>. Najdeš zde aktuální informace o průběhu soutěže a také diskusní fórum, které můžeš použít, nebudeš-li úloze rozumět, apod. Pokud se v zadání některého příkladu objeví chyba, zveřejňujeme opravy právě na těchto stránkách.
- Systém bodování je stejný jako v uplynulém roce. V zadání příkladu vždy nalezněš maximální počet bodů, který za něj můžeš získat. Pokud příklad nedokážeš vyřešit úplně, ale uděláš alespoň nějaký pokrok, přisoudíme Ti odpovídající část bodů. Maximální bodový zisk za jednu sérii je vždy 40 bodů.
- Každý ročník (6. – 9.) má svou vlastní výsledkovou listinu, aby nižší ročníky nebyly znevýhodněny.
- Úspěšným řešitelem KoKoSu se stává ten, kdo alespoň ve třech sériích získá alespoň 25 bodů.

Hodně štěstí a zábavy při řešení Ti přejí Tví  
*organizátoři*

## Zadání úloh

V hlubokém lese, daleko od světa, jaký známe, se nachází vesnice Flumen. Ve Flumenu žijí stvoření, která jsou stejně zvědavá, kreativní a hravá, jako my. Mluvím samozřejmě o elfech, kteří nás letošním příběhem budou provázet.

Teodor a Lyra jsou dvojčata, která se narodila místní švadleně. Teodor je neposedný a pořád běhá po lese a plaší zvířata, ale je moc hodný a rád se učí. Lyra je klidnější, než Teodor, umí vzít za práci, ale také občas dokáže být pěkně tvrdohlavá. Všichni elfové spolu žili v míru a harmonii s místním lesem, dokud se jednoho osudného dne něco nezvrtlo.

Celý Flumen byl napájen řekou, která jím protéká. Jednoho rána se Teodor a Lyra probudili a rozhodli se, že si půjdou k oné řece hrát. Když se k ní blížili, uvědomili si, že neslyší její obvyklé hučení. Cestou nepotkali žádnou lesní zvěř, ani ptáček nezazpíval. Po pár minutách chůze bylo jasné, co se stalo. Tam, kde by řeka měla téct, se nacházel prázdný příkop. Jen na jeho dně zbývalo pár kaluží vody, ze kterých se snažilo pít pár zoufalých srnek. Teodor a Lyra se ihned otočili a utíkali zpátky do Flumenu.

„Mami, mami, naše řeka vyschla!“ křičeli jeden přes druhého ve své chaloupce. „Dobrá, děti, půjdeme se na to podívat, co říkáte?“ pravila rozvázně maminka. Svolali Radu Starších, zavolali místní odborníky, ale nikdo nemohl přijít na to, co se s řekou stalo. Po dlouhých hodinách přemýšlení prohlásil ten nejstarší a nejmoudřejší ze Starců: „Někdo z nás bude muset dojít přímo ke zdroji! Není možné vypátrat, proč nás naše řeka přestala obdarovávat svou průzračnou vodou, aniž bychom nevyslali někoho, kdo bude pověřen záchranou našeho posvátného Flumenu!“ A tak začalo výběrací řízení. Starci jít nemohli, protože by tam se svým věkem ani nedošli. Ti nejzdatnější muži z Flumenu museli vesnici chránit, ti nejšikovnější museli pracovat. Už začínal večer, jenže obyvatelé se stále nemohli rozhodnout, koho na tuto veledůležitou misi vyslat. Vtom Teodor a Lyra dostali nápad.

„Vždyť můžeme jít my s Lyrou!“ vyhrkl nadšeně Teodor.

„To je úžasný nápad, nikomu chybět nebudeme a máme dost sil a moudrosti, abychom ve znovuoživení proudu řeky uspěli!“ přitakala Lyra. Jejich maminka začala okamžitě odporovat, ale Rada Starců se zamyslela. Po chvíli všichni zvedli hlavy a nejstarší ze Starců pravil: „Váš úkol je velice důležitý. Jestliže neuspějete a nenavrátíte proud naší řeky, všichni tady zemřeme.“ Teodor a Lyra se zarazili, ale oba kývli. Pochopili, jak důležitá úloha jim byla přidělena.

I přes spoustu protestů jejich maminky a velké množství uroněných slz se Lyra s Teodorem dalšího rána vydali na cestu. Po pár hodinách dorazili na farmu. Zprvu to vypadalo, že je tam pusto, ale po chvíli si všimli, že k nim kráčí nějaká osoba. „Vítejte, mládeži, co vás sem přivádí?“ zahuhňal na ně usměvavý elfí dědeček. „Musíme obnovit proud naší řeky“ vysvětlila Lyra. „A taky máme docela hlad,“ ozval se Teodor. „Mohu se podílet o svůj oběd, ale musíte mi na oplátku s něčím pomoci!“ zahlaholil farmář a vzal je do svého jablečného sadu.

**Úloha 1. (5 bodů):**

Mějme zahradu, ve které roste 10 stromů. V prvním roce na každém stromě vyrostla 4 jablka. Každý následující rok vyrostlo na každém stromě o 3 jablka více než v předchozím roce. Každý třetí rok však jeden strom uhynul a přestal nést jablka. Kolik jablek celkem vyrostlo na všech stromech dohromady za prvních 6 let?

Elfí dvojčata se hluboce zamyslela, ale zatím na nic nepřišla. Pomůžeš jim zjistit výsledek?

„Pak mám ještě jednu hádanku, kterou musíte zodpovědět,“ uchechl se farmář a zavedl je do jiné části svého statku.

**Úloha 2. (5 bodů):**

Na farmě jsou králíci a slepice. Celkový počet hlav je 35 a celkový počet nohou je 94. Kolik je na farmě králíků a kolik slepic?



Snad dvojčatům pomůžeš rozlušit i tuto úlohu! Mezitím se všichni tři přesunuli k obrovskému jezeru, které se rozléhá do široho okolí. Vedle něj na zemi seděl pohledný mladý muž a cosi nabíral a přemísťoval. „Proč vypadá tak... jinak?“ zeptala se opatrně Lyra. „Protože není elf. Je to člověk. Přišel mi tady na farmu před asi půl rokem a blábolil něco o kokosech. Nerozuměl jsem mu, vždyť ani tisíce mil odsud žádné nerostou... Ale bylo mi ho líto, tak jsem ho zaměstnal a přebírá mi tady u jezera semínka!“ objasnil situaci farmář. Člověk se otočil a usmál se. „Už mi z toho všeho přebírání jde hlava kolem. Muselo mi pod rukama projít alespoň 300 000 semínek. Co říkáte, že vám povím o jednom mém nápadu?“ navrhl vesele.

**Úloha 3. (6 bodů):**

Kolik existuje šesticiferných čísel větších než 300 000, v jejichž dekadickém zápise je každá z cifer 1, 2, 3, 4, 5, 6 použita právě jednou?

Teodor a Lyra začali s člověkem diskutovat a farmář někam odešel a za chvíli se vrátil s nádobou plnou polévky. „Podívejte, dejte si taky,“ zželelo se farmáři nových elfích přátel.

Zatímco dvojčata jedla, všimla si, že má člověk na ruce zvláštní předmět. „Co je to?“ zeptal se Teodor.

**Úloha 4. (8 bodů):**

Člověk se podíval na digitální hodiny, usmál se a řekl: „Pokud vynásobím cifry hodin mezi sebou a udělám ciferný součet výsledného čísla vyjde mi stejné číslo, jako když vynásobím mezi sebou cifry minut a udělám jejich ciferný součet, a dokonce ani jedna cifra není nula, krása.“ Určete všechny možnosti kolik mohlo být hodin. (S časem 07 : 53 počítej, jako 7 : 53)

Teodor i Lyra se divili, samozřejmě o digitálních hodinách nikdy neslyšeli. Dále si s člověkem povídali a farmář někam odešel. Vrátil se se dvěma okřídlenými koňmi, kterým žhnuly oči. Oba nahlas ržáli. „Tohle jsou mí pegasové. Rád bych vám je půjčil na vaše další putování!“ prohlásil hrdě.

**Úloha 5. (4 bodů):**

Určitou vzdálenost ujede jeden pegas za 4 h. Druhý pegas, který má rychlost o 14 km za hodinu větší, ujede tu stejnou vzdálenost za 3 h. Jaká je hodinová rychlost každého pegase?

„Jste velice hodný pane farmáři, ale když každý z nich jede jinou rychlostí, nebudeme moci cestovat spolu...“ upozornila zklamaně Lyra. „Máte pravdu slečno,“ zamyslel se elfí děda „co kdybych vám tedy půjčil moje dvě loďky, ty vás alespoň převezou přes jezero.“

**Úloha 6. (12 bodů):**

Na jezeře vyjely současně proti sobě z opačných břehů dvě lodi Bžum a Frr. Poprvé se setkají 500m od severního břehu, on něhož vyjela poprvé loď Bžum, podruhé (při zpáteční cestě) 300m od jižního břehu. Loď Bžum má rychlost 10 km/h. Jakou rychlostí se pohybuje loď Frr a jak široké je jezero?



„To zní úžasně!“ zajásala dvojčata a farmář každého z nich naložil do jedné loďky. „Mějte se krásně a šťastnou cestu!“ křičeli farmář a člověk, zatímco se loďky vzdalovaly od břehu. „Děkujeme za všechno!“ volali zpátky Teodor a Lyra.

Doplavali zhruba do půlky jezera, když před sebou najednou zpozorovali vodní vír. „Co budeme dělat?!“ zděsila se Lyra. „Rychle, pádňuj pryč od toho víru!“ snažil se Lyru zachránit Teodor, ale bylo pozdě. Její loďka se začala potápět a Lyra zmizela pod hladinou.

Řešení úloh 1. série pošlete do 8. 10. 2024 na známou adresu:

KoKoS  
Gymnázium Mikuláše Koperníka  
kokos.kopr.gmk@gmail.com