

KOKOS

22.ročník ★ 1.leták

Milý řešiteli!

Prázdniny utekly jako voda a je pro Tebe nachystán nový ročník KOperníkova KOresponzenčního Semináře – KOKOSu. Jako obvykle Ti přinášíme sadu matematických oříšků doprovázenou napínavým příběhem. Navíc Ti hned v této sérii nabídneme, jako odměnu za Tvou snahu, účast na našem soustředění. Pokud budeš v našem semináři opravdu úspěšný a dosáhneš ve výsledkové listině na medailová místa, dostaneš navíc na konci školního roku pěkné ceny, a to už stojí za to! Chceš poměřit své síly s Tvými vrstevníky z celé republiky? Směle do toho! Nejdříve Ti ale doporučujeme přečíst si pravidla našeho semináře, kterými se každý správný KoKoSák za každých okolností řídí:

- KoKoS je celonárodní matematická korespondenční soutěž pro žáky 6. – 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.
- Ročník je rozdělen do pěti sérií. V každé sérii Ti zašleme leták se zadáním úloh. Ty je vyřešíš a pošleš nám je poštou zpět. My je opravíme, ohodnotíme a zašleme Ti je zase nazpátek spolu se zadáním další série.
- Na řešení máš vždy několik týdnů. Toto je první série, jejíž uzávěrka je **12. října**. Rádi bychom Ti dali více času, ale podzimní soustředění spěchá.
- Jednotlivé příklady piš na papíry formátu A4 nebo A5. **Na každý papír piš řešení pouze jednoho příkladu!** Více příkladů na jednom papíru nám přidává práci a vzhledem k počtu řešitelů se takovými řešeními nemůžeme a nebudeme zabývat!
- U každé úlohy připiš **do levého horního rohu** své jméno, příjmení, **číslo série a úlohy** a navíc i adresu k Tobě do školy nebo domů – podle toho, kam si necháváš zasílat opravená řešení.
- U každého příkladu musíš pečlivě vylíčit postup řešení. Uvedeš-li pouze výsledek nebo nezdůvodníš-li dostatečně své závěry, nemusíme Tvé řešení považovat za kompletní a úplné – zbytečně poté ztrácíš body!

- Do našeho semináře se můžeš přihlásit kdykoliv, i v průběhu. Také nemusíš nutně odeslat všechny série nebo úlohy (i když poté Tě asi ve výsledkové listině předběhnou usilovnější řešitelé). Vždy ale musíš před prvním odesláním řešení (tedy jednou za ročník) **vyplnit internetovou přihlášku!** Tu najdeš na adrese <http://kokos.gmk.cz/prihlaska>. Letos se již nelze přihlašovat pomocí klasické papírové přihlášky, a tudíž je internetová přihláška jediný možný způsob, jak se do semináře přihlásit. Řešeními, která odešleš, aniž by ses řádně přihlásil, se nezabýváme.
- Vyplatí se pravidelně sledovat naše webové stránky <http://kokos.gmk.cz>. Najdeš zde aktuální informace o průběhu soutěže a také diskusní fórum, které můžeš použít, nebudeš-li úloze rozumět, apod. Pokud se v zadání některého příkladu objeví chyba, zveřejňujeme opravy právě na těchto stránkách.
- Pokud Vás bude z jedné školy více řešitelů, bylo by pro Vás i pro nás vhodné, abyste svá řešení posílali jednotně prostřednictvím školy, tzn. v jedné obálce. My Vám poté zašleme opravené úlohy zase zpátky v jedné obálce. Toto není závazná podmínka, ale šetříte sobě i nám práci i peníze. Děkujeme!
- Systém bodování je stejný jako v uplynulém roce. V zadání příkladu vždy nalezněš maximální počet bodů, který za něj můžeš získat. Pokud příklad nedokážeš vyřešit úplně, ale uděláš alespoň nějaký pokrok, přisoudíme Ti odpovídající část bodů. Maximální bodový zisk za jednu sérii je vždy 40 bodů.
- Každý ročník (6. – 9.) má svou vlastní výsledkovou listinu, aby nižší ročníky nebyly znevýhodněny.
- Úspěšným řešitelem KoKoSu se stává ten, kdo alespoň ve třech sériích získá alespoň 25 bodů.

Hodně štěstí a zábavy při řešení Ti přejí Tví organizátoři:

*Bori, Sia, Adam, Čuřil, Marťa, Klára, Kuba, Marek, Bára, Janča, Jiřík, Vašek,
Oce, Katka, Eli a Alča*

Zadání úloh

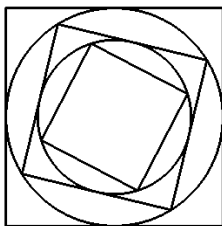
„Dobrou noc, zlato.“ „Dobrou, mami,“ odpovídá nepřítomně chlapec hrající počítačovou hru. „Vím, že je sobota, ale měl bys už taky jít spát. Musíš si zvykat na ranní vstávání, ať pak neusínáš ve škole.“ „No jóóó... Už jen poslední kolo,“ slibuje chlapec s otráveným výrazem. „Tak jo, dobrou,“ špitla maminka a jako bílá paní v noční košili zmizela ve tmě panelákového bytu. Po zaklapnutí dveří rodičovského pokoje se Filip na chvíli vzpomene na školu. Ale hned na ni zase raději zapomene a myšlenkami se opět noří do počítačové hry. Škola je totiž věc, které se Filip pomalu začíná bát. Už pozítří jde do školy, tentokrát do kvarty osmiletého gymnázia. Místo běhání po lese s kamarády na táboře, hraní her a letní bezstarostnosti se opět vrací do pevných okovů školního stereotypu. Spát, do školy, domů, občas ven s kamarády, učit se, dívat se na televizi, spát. Nic pro takového chlapce jako je Filip. V hloubi duše touží po dobrodružství, volnosti, možná i po vědění. Ale rozhodně ne po tom školním. Bezhlavě se nabíflovat na písemku a pak to zapomenout. K čemu to je? Vlastně doteď ani neví, s kým bude sedět. Jeho dva „nejlepší kamarádi“ ze třídy sedí spolu. Ale poslední dobou Filip přemýšlí o tom, zda je za kamarády vůbec může považovat. Vždyť se mu celé prázdniny ani neozvali. On se jim snažil dovolat, ale po několika neúspěších to vzdal. Snad měl jen špatné číslo.

Úloha 1.(7 bodů): Filip si kamarádovo telefonní číslo poznačil na kousek papíru, ale poslední čtyři číslice se mu rozmazaly. Nicméně věděl, že když od čtvrté číslice tohoto čtyřčíslí odečte první, dostane stejné číslo, jako když odečte od třetí číslice druhou. Dále si vzpomněl, že když napíše čtyřčíslí pozpátku a odečte od něj to původní, dostane výsledek 5445. Nakonec si ještě uvědomil, že součet oněch čtyř číslic je 12. Jakým čtyřčíslím telefonní číslo končilo?

Od doby, kdy maminka dávala Filipovi dobrou noc, uplynuly necelé dvě hodiny. Ale jeho stíhlá silueta se od počítače ani nehнула. Olivově zelené oči stále hypnoticky koukají na obrazovku. Nad nimi se pomalu pohybují kučery hnědých vlasů. To průvan z otevřených oken je už pěknou chvíli vytrvale pocuchává. Pár centimetrů pod nimi se uprostřed tváře tyčí nos ve tvaru pršáčku. Pod ním se třeptí rudé rty mdlé osvětlené světlem počítačové obrazovky. BUM!!! PRÁSK!!! Filip sebou polekaně škubá, ukládá hru, vypíná počítač a jde se podívat, co se to děje. Jeho tiché kroky pomalu míří do před síně. Tam na něj čeká Ďapka, jeho dvouletý zlatý retriever. Za ním leží rozbitý květináč. „No teda! Ty jsi mě polekal. Proč tu takhle v noci shazuješ kytky?“ Pes se na něj mlčky a výmluvně dívá, jakoby chtěl odpovědět: „Ale to nebylo schválně!“ Najednou si Filip uvědomuje, že už musí být strašně pozdě. Bere smeták. Zametá navlhlou hlínu, malý fikus provizorně staví na talířek a uklízí střepy z květináče.

Úloha 2.(8 bodů): A uvažuje, co zítra s kamarády vyvede. Je totiž, stejně jako jeho přátelé, vášnivým sběratelem karetní hry Kokémoni. Pravidelně mezi sebou své kartičky vyměňují. Děje se tak podle jednoduchého pravidla. Jak známo, existují tři druhy kartiček – zlatí, stříbrní a bronzoví Kokémoni. Když chce člověk své karty měnit, musí je nejdříve prodat za peníze, a poté za ně koupit nové karty. Zlatý Kokémon má hodnotu 4 korun, stříbrný 2 korun a bronzový 1 koruny. A teď pozor – prodávají se vždy 2 KARTY NAJEDNOU, a to tak, že za ně prodejce

obdrží SOUČIN jejich hodnot. Když tedy prodá 2 zlaté Kokémony, získá tak 16 korun. Když prodá stříbrného a bronzového, získá 2 koruny. Nákup probíhá obdobně. Za 2 koruny může koupit třeba 1 stříbrného a 1 bronzového Kokémona nebo hned 4 bronzové. A nyní Filip uvažuje: Mám 42 bronzových, 21 stříbrných a 14 zlatých Kokémonech. Kdybych je vhodně směnily, jaký největší počet karet můžu ve výsledku mít?



Konečně míří do pokoje. Sice není unavený, ale spát by měl. Staré hodiny po pradědovi z kuchyně tlumeně odbijí půlnoc. Najednou se zastaví u zaprášeného zrcadla po prababičce. Je to poslední ze dvou věcí v bytě, které mají snad sto let. Nikdy se do něj moc neřadil. Taky to zrcadlo nestojí v chodbě z praktických důvodů, ale kvůli vzpomínkám. Vždyť je celé zakalené stářím. Ale nyní se Filipův odraz v zrcadle zdá být jasnější než kdy jindy. Až ho to udivuje. Pomalu se přibližuje blíž a blíž, stále si prohlíží své tváře. Zvedá ruku a chystá se setřít šmouhu zakrývající obraz jeho tváře.

Úloha 3.(5 bodů): Zrcadlo po prababičce mělo tvar čtverce. Do něho jakoby někdo vepsal kružnici, do ní zase čtverec, do něj opět kružnici a do ní ještě jednou čtverec (stejně jako na obrázku). Největší čtverec měl obsah 1,6 metru. Vypočítejte obsah nejmenšího čtverce.

Ale co to? Jeho ruka se nedotýká zrcadla! Proplula za něj, jakoby zrcadlo nebylo žádnou fyzickou překážkou. Na chvíli trne překvapením, ale pak noří ruku hlouběji do tajemného prostoru za zrcadlem. Za rukou hlava a za hlavou celé tělo. Povrch zrcadla se zavlní jako voda a poslední kus Filipovy nohy mizí. Téměř neslyšně dopadá na mechovou pokrývku. Rozhlíží se kolem. Nikde nevidí žádnou známku ničeho živého. Otáčí se zpět na místo, kde má být zrcadlo. Ale nic tam není. Zmizelo! Snaží se ho ve tmě nahmatat. Povedlo se! Je tam! Ale nejde jím prostrčit ani kousek prstíčku. Visí ve vzduchu jako neviditelná zeď. Po chvíli to Filip vzdává a otáčí se zády k zrcadlu. Před ním se tyčí noční les. Je tak tichý, až z něj jde hrůza. Jen občas mírný poryv větru donutí stromy zašeptat. Najednou si všimne něčeho zvláštního. Malým porostem smrků před ním prosvítá světlo. Až nyní, za přítomnosti světla, si všimá, že je les ponořen do mlhavého oparu. Něco mu říká: „Běž! Běž za tím světýlkem!“ Tak jde. Co jiného má dělat, když nemůže zpět? Jen na chvíli se ohlíží za místem, kde by mělo být zrcadlo, a pak pomalu začne postupovat lesem. Nohama se boří do nasáklého mechu. Má moko v botách, až to čvachtá. Ale Filip to nevnímá. Je natolik zabraný do cesty za světýlkem, že mu nevádí ani přelézání tmavých prohníklých kmenů porostlých lišejníky. Je blíž a blíž. Světýlko se pomalu mění z malinkatého bodu na větší rozmlženou plochu. Už je jen pár metrů před ním. Vypadá to, že světlo vychází z hladiny jezera. Kolem něj se houpají tmavé siluety rákosu. Mezi mohutnými břizami a rostlinami, jež mají rády spoustu vody, se skrývá ještě jedno miniaturní jezírko.

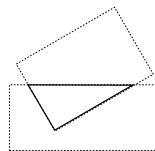
Úloha 4.(7 bodů): Co je svět světem, sahala hladina těchto dvou jezer do stejné výšky. Před nějakým časem, během Slavnosti světél, však hladina malého jezírka z nevyšvětlitelných důvodů klesla o deset centimetrů. O tři měsíce později klesla

o další dva milimetry a tak to pokračuje dodnes, každý třetí měsíc klesne o dva milimetry. Vedle toho ve větším jezeře klesla hladina dva měsíce po Slavnosti o tři milimetry, po dalších dvou měsících o další tři milimetry, a tak dál. . . Dnes se hladiny obou jezer poprvé od slavností vyrovnaly. Před kolika měsíci se Slavnost světél konala?

V tom se zpoza bříz vynoří nějaké stvoření. Chlapec se neslyšně schovává a vyčkává na to, co neznámý tvor udělá. Přibližuje se k jezírku. Rýsují se první obrysy. Vypadá jako mladá dívka! Na jejím těle se vlní jednoduché bílé, až stříbrné šaty. Když dorazí k jezírku, skloní se k němu. Noří štíhlé ruce do vody a pije. Jemné světlo odhaluje její tvář. Vypadá téměř lidsky. Až na to, že z rovných hnědých vlasů vyčnívají poněkud delší uši tvarované do špičky. V tom Filipa popadne strašná touha pokusit se popovídat si s ní. Vždyť je jediné živé stvoření široko daleko. Třeba by věděla, jak se mu něco takového mohlo stát. Zbrkle vstal a rozběhl se k ní. Děvče se polekalo a dalo se na útěk. „Ne! Počkej! Neutíkej přede mnou! Já ti nic neudělám!“ řval Filip zoufale. Ale naštěstí je rychlejší než bosá dívka. Téměř se jí dotýká nataženou rukou. Najednou dívka klopýtne o veliký kámen a padá na zem. Filip běžící hned za ní zakopne o její nožku a svalí se vedle ní. „Co ode mne chcete?“ vyděšeně křičí dívka na Filipa a mne si u toho kotník. „Pppppromiň. Jestli jsem tě vylekal, mrzí mě to,“ omluvně špitá zadýchaný Filip. Dívka se na něj překvapeně podívá. „Ty nejsi vlkodav?“ „Cože nejsem?“ Dívce se najednou na tváři rýsuje úsměv, zřejmě úlevou. „Kdo je vlkodav?“ zajímá se Filip. „To je na dlouhé vyprávění,“ odpovídá dívka, jakoby se jí o tom nechtělo moc povídat. „Ty máš něco s kotníkem?“ ptá se Filip. Dívka si totiž stále mne nohu a občas při tom sykne. „Asi jo. Bolí mě to.“ „Tak to se ti ještě jednou omlouvám.“ „To neva. Už se stalo. Hlavně, že nejsi vlkodav.“ „Počkej. Nevstávej ještě. Obvážu ti to.“ „Dobrá, asi to bude lepší.“ Filip si trhá kus trička a obvazuje jí nohu. Pak odsune kámen, o který dívka zakopla, a posadí se vedle ní.

Úloha 5.(2 + 4 body):

Poté, co Filip obvázal neznámé dívce nohu, zbyly mu dva kusy trička, které vypadaly jako obdélníky. Filip zjistil, že když je přeloží přes sebe, vznikají z průniku obdélníků zajímavé útvary. Jeden z nich může být třeba pravoúhlý trojúhelník (viz obrázek).



A Filip ovšem dokázal z průniku vytvořit i obdélník, pětiúhelník a sedmiúhelník. Dokážete to taky? (**2 body**)

B Dále se Filip zamyslel nad tím, jaký je celkový počet útvarů, které může takto stvořit. Zvládnete taky nakreslit všechny možné (takto vzniklé) geometrické útvary? (**4 body**)

„Já jsem Filip.“ „Co je Filip? To je nějaká rasa z Východního pobřeží?“ „Ne, to je mé jméno.“ „Takové jméno jsem v životě neslyšela, musíš být z opravdové dálky,“ kouká dívka na Filipa s udivením. „Já jsem Lilumba. Přátelé mi říkají Lilu.“ „Dobrá Lilu, já jsem Filip.“ „Pojď, pomůžu ti vstát,“ podává Lile ruce. Klopýtavě se pohybují kupředu.

Filip se na chvíli zamýšlí. Všechno se to seběhlo tak rychle. Něco tak zvláštního ještě nikdy nezažil. „To se mi zdá sen?“ dochází Filip k závěru, že nic takového se nemůže v reálu stát. „Ne. Proč by se ti měl zdát sen? Vypadám jako bych se ti zdála?“ „Ano,“ odpovídá popravdě Filip. „Kam vlastně jdeme?“ „Ke mně domů. Zvu tě na šálek forbíny. Povyprávíš mi o tom, kde se tu bereš,“ dívá se na něj zvědavě Lilu. „Dobře,“ usmívá se Filip se stejnou zvědavostí. Zbytek cesty není dlouhý, ale zato nepříjemně tichý. Filipa opět přemáhá obava ze začínajícího školního roku. Aniž by chtěl, přemýšlí, jak se asi jmenují zvláštní rostliny, kolem kterých prochází, jaké chemické složení asi má Lilin náramek, a dokonce uvažuje nad matematickými úlohami.

Úloha 6.(7 bodů): Jak tak šel, začal Filip násobit různá čísla. Z nudy mezi sebou vynásobil všechna přirozená čísla menší než 52, která nejsou dělitelná sedmi. Kolika nulami onen součin končil?

Po chvíli se dostávají k něčemu, co vypadá jako obří žlutavě hnědý hrnek obrácený vzhůru nohama. „Tady bydlíš?“ ptá se Filip udiveně. Má pocit, že tohle asi nebude mít nic moc společného se světem, v němž doteď žil. „Jo, tady bydlím.“ „Pěkné,“ přerušuje Filip chvíli ticha. Lilu se belhá k něčemu, co vypadá jako dveře. Asi minutu na ně vytukává nějaký ohromně složitý a nepředvídatelný rytmus. Zdaleka není podobný ničemu, co se jen vzdáleně podobá čemukoli, co by bylo jen malinko podobné „normální“ pozemské hudbě. Cvak, klik, ťuk. Dveře se otevírají. Filip nesměle vstupuje dál hned po Lile. Ta opět zavírá dveře a pomalu se sune k malému kotlíku, pod nímž stále žhnou oranžové uhlíky. Rozfoukává oheň. Až teď si Filip všimá barvy jejich očí. „Vždyť jsou zelené jako rybník plný brčálu,“ myslí si a stále ji obdivně pozoruje. Lilu mezitím nalévá vodu do kotlíku a sype do něj byliny. „Posaď se,“ ukazuje Lilu na spoustu velkých hřibů rostoucích okolo velkého kamene. „To je zřejmě stůl,“ pomyslel si Filip. Sedá si na hříbek a vyčkává na Lilu. Ta si sedá vedle něj se slovy: „Tak povídej. Kde ses tu vzal?“ A noc plyne ve víru hovoru.

Řešení úloh 1. série pošlete do 12.10.2009 na známou adresu:

KoKoS

Gymnázium Mikuláše Koperníka

17. listopadu 526

743 11 Bílovec

Podzimní soustředění

Milý řešiteli, abychom Ti ještě více přiblížili náš korespondenční seminář KoKoS a zároveň ocenili Tvou snahu, připravujeme pro Tebe (a další řešitele) podzimní soustředění! Jedná se o 6 dnů vyplněných zábavou, hrami, a také přednáškami o zajímavých zákoutích matematiky, kam jsi třeba ještě nikdy nezabloudil.

Ve dnech 27. října – 1. listopadu (podzimní prázdniny) na tebe čeká nabitý program a spousta nových přátel ze semináře. Soustředění se již tradičně koná v budově Domova mládeže při Gymnáziu Mikuláše Koperníka v Bílovci, a to pod pedagogickým dohledem za organizace studentů gymnázia.

Cena, pro letošek stanovená na 500 Kč, zahrnuje veškerý program včetně stravy a ubytování. Pokud máš jakékoliv otázky, neváhej se obrátit na náš email gmkkokos@seznam.cz, kde Ti rádi všechno vysvětlíme. Pokud je Ti vše jasné, vyplň naši internetovou přihlášku, kterou najdeš na <http://kokos.gmk.cz/podzimni-soustredeni>. Poté, co ji obdržíme, Ti do několika dnů zašleme email s podrobnými informacemi. Počet míst je omezený a přednost dáváme těm úspěšnějším v semináři.

Těšíme se na Tebe!

Organizátoři