



# KOKOS

39. ročník      ★      1. leták

Milý řešiteli!

věříme, že jste si prázdniny užili naplno. Máme pro vás dvě zprávy – a jak už to bývá, jedna je horší a druhá lepší. Mohli bychom vám dát vybrat, kterou chcete slyšet jako první, ale stejně se dozvíte obě. Začneme tou horší – prázdniny skončily. Čeká nás rok plný domácích úkolů a testů, ale také spousta nových zážitků a dobrodružství. A teď ta lepší – přinášíme vám novou záhadnou sérii pro školní rok 2026/2027, která vás zavede do hor k tajemné stanici ECHO. Společně s Klárou, Davidem, Tomášem a Eliškou se vydáte po stopách jejího záhadného uzavření.

Každá série bude obsahovat 6 různě těžkých příkladů, které budou zakomponované do zajímavého příběhu. Jestliže budeš v řešení úloh úspěšný, máš šanci se na konci roku umístit na vrcholu výsledkové listiny a vyhrát za svou píli hodnotné ceny! Chceš se dozvědět něco nového z matematiky a zároveň se pobavit nad krátkým příběhem? Porovnal bys rád své síly se svými vrstevníky? Pak směle do toho! Na začátek si ale přečti pravidla našeho semináře, kterými se každý KoKoSák vždy řídí:

- KoKoS je mezinárodní matematická korespondenční soutěž pro žáky 6. – 9. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.
- Ročník je rozdělen do pěti sérií. V každé sérii Ti zašleme leták se zadáním úloh. Ty je vyřešíš a pošleš nám je emailem zpět. My je opravíme, ohodnotíme a zašleme Ti je zase nazpátek spolu se zadáním další série.
- Na řešení máš vždy několik týdnů. Toto je první série, jejíž uzávěrka je **7. 11. 2026**.
- Jednotlivé příklady piš na papíry formátu A4 nebo A5. **Na každý papír piš řešení pouze jednoho příkladu!** Více příkladů na jednom papíru nám přidává práci a vzhledem k počtu řešitelů se takovými řešeními nemůžeme a nebudeme zabývat!
- U každé úlohy připiš **do levého horního rohu** své jméno, příjmení, číslo série a úlohy.

- U každého příkladu musíš pečlivě vylíčit postup řešení. Uvedeš-li pouze výsledek nebo nezdůvodníš-li dostatečně své závěry, nemusíme Tvé řešení považovat za kompletní a úplné – zbytečně poté ztrácíš body!
- Do našeho semináře se můžeš přihlásit kdykoliv, i v průběhu. Také nemusíš nutně odeslat všechny série nebo úlohy (i když poté Tě asi ve výsledkové listině předběhnou usilovnější řešitelé). Vždy ale musíš před prvním odesláním řešení (tedy pokud KoKoS řešíš poprvé) **vyplnit internetovou přihlášku!** Tu najdeš na adrese <http://kokos.gmk.cz/prihlaska>. Pokud už ses přihlásil loni, přihlášku nemusíš vyplňovat. Řešeními, která odešleš, aniž by ses řádně přihlásil, se nezabýváme.
- Vyplatí se pravidelně sledovat naše webové stránky <http://kokos.gmk.cz>. Najdeš zde aktuální informace o průběhu soutěže a také diskusní fórum, které můžeš použít, nebudeš-li úloze rozumět, apod. Pokud se v zadání některého příkladu objeví chyba, zveřejňujeme opravy právě na těchto stránkách.
- Systém bodování je stejný jako v uplynulém roce. V zadání příkladu vždy najdeš maximální počet bodů, který za něj můžeš získat. Pokud příklad nedokážeš vyřešit úplně, ale uděláš alespoň nějaký pokrok, přisoudíme Ti odpovídající část bodů. Maximální bodový zisk za jednu sérii je vždy 40 bodů.
- Každý ročník (6. – 9.) má svou vlastní výsledkovou listinu, aby nižší ročníky nebyly znevýhodněny.
- Úspěšným řešitelem KoKoSu se stává ten, kdo alespoň ve třech sériích získá alespoň 25 bodů.

Hodně štěstí a zábavy při řešení Ti přejí Tví  
*organizátoři*

## Zadání úloh

Vysoko v horách, daleko od nejbližší vesnice, stála mezi smrkovými lesy a skalnatými svahy betonová budova, kterou místní už desítky let nazývali **Stanice ECHO**. Z dálky působila jako obyčejná opuštěná výzkumná stanice, její šedé stěny byly pokryté mechem a některá okna už dávno popraskala, přesto však měla budova něco zvláštního.

Podle městského archivu byla postavena někdy na konci minulého století. Několik let v ní pracovala skupina vědců, kteří se zabývali výzkumem, o němž se v dochovaných dokumentech téměř nic nepíše. Potom se jednoho dne provoz stanice zastavil. Zaměstnanci odešli, vybavení zůstalo na místě a budova byla uzamčena.

Nikde se ale nedalo najít žádné vysvětlení, proč k tomu došlo.

Právě to zaujalo čtyři studenty místního gymnázia – Kláru, Davida, Tomáše a Elišku.

Původně se o Stanici ECHO začali zajímat kvůli školnímu projektu. Jejich učitel dějepisu jim zadal práci o historii okolí a doporučil jim, aby se nepokoušeli hledat informace pouze na internetu, ale podívali se také do městského archivu.

První dvě hodiny tam strávili hledáním starých map, fotografií a novinových článků. Většina materiálů ale byla nudná. Byly tam záznamy o stavbě silnic, počasí, těžbě dřeva nebo historii okolních vesnic.

Pak David narazil na složku, která nebyla zařazená mezi ostatní.

„Hele,“ řekl a vytáhl ji z police. „Tady něco je.“

Na deskách nebyl žádný název. Jen malé černé číslo: E-17.

Uvnitř byla jediná fotografie, na které stála betonová budova uprostřed lesa. Nad vchodem byl jasně vidět nápis ECHO. Na zadní straně fotografie bylo ručně napsáno:

„Nikdy nebyla opuštěná.“

„Co to znamená?“ zeptala se Eliška.

Pod větou byla ještě jedna poznámka.

„Nehleďte odpověď. Hleďte cestu.“

Ještě ten večer se pokusili najít o stanici další informace. Zjistili, že před více než dvaceti lety byla stanice skutečně uzavřena. Co ale nedokázali zjistit, bylo proč. Veškeré podrobnější dokumenty z posledního roku jejího provozu chyběly. A tak se rozhodli, že té záhadě přijdou na kloub.

Vyrazili brzy ráno. Cesta jim zabrala téměř celé dopoledne a čím výše stoupali, tím méně lidí potkávali. Signál na telefonech postupně zmizel, les houstl a stará cesta, kterou měli zakreslenou v mapě, se místy měnila jen v úzkou stezku mezi stromy. Když už začínali pochybovat, jestli jdou správně, vystoupali na malý hřeben, odkud se mezi větvemi konečně objevila šedá betonová budova.

U hlavního vchodu svítilo malé červené světlo.

Pomalu se vydali ke vchodu.

Před budovou nebylo nic, co by naznačovalo, že by tam někdo v posledních letech byl. Všude rostla tráva, na stěnách byly praskliny a některá okna byla rozbitá. Přesto se červená kontrolka u dveří stále rozsvěcovala v pravidelných intervalech.

Klára přistoupila blíž.

Vedle dveří byl malý kovový panel. Zřejmě elektronický zámek.

David přistoupil a zalomcoval dveřmi, které se ani nepohnuly.

Tomáš si prohlédl panel. „Počkejte.“

**Úloha 1. (4 body):** *Pod displejem byla vyrytá řada čísel:*

$$3 \rightarrow 7 \rightarrow 15 \rightarrow 31 \rightarrow 63 \rightarrow ?$$

*Vedle ní byla jediná věta: „Každé další číslo vzniká stejným způsobem jako předchozí.“ A pod ní: „Kód je poslední číslo řady.“*

1. *Zjisti, jaké číslo patří místo otazníku.*
2. *Vysvětli přesně, jakým pravidlem řada vzniká.*

Klára si čísla chvíli zapisovala do zápisníku.

„Takže první úkol.“

Nikdo z nich tehdy ještě netušil, že právě tímto jednoduchým kódem začne jejich cesta.

Když zadali správné číslo, panel na několik sekund zhasl. Potom se ozvalo krátké pípnutí.

CVAK.

Zámek povolil. Uvnitř byla naprostá tma. David rozsvítil baterku a její kužel světla přejel přes dlouhou chodbu, po jejíchž stěnách vedly stovky kabelů. Některé byly vytržené a visely ze stropu, jiné však vypadaly překvapivě zachovale. Jakmile všichni vstoupili dovnitř, ozvalo se z reproduktoru nad nimi krátké zapraskání.

Potom se rozsvítil starý monitor a na jeho obrazovce se objevila zpráva:

ZÁLOŽNÍ SYSTÉM AKTIVNÍ. Pod ní se po chvíli objevila další věta:

„Pro obnovení napájení určete správný postup.“

Vedle monitoru stála kovová nádoba plná malých kovových žetonů. Na jejím víku byl položen další list papíru, na kterém byla popsána situace s jejich odebíráním.

**Úloha 2. (6 bodů):** *V zásobníku je 100 kovových žetonů. Mára a Lukáš se v tazích střídají. Mára začíná. V každém tahu musí hráč odebrat 1, 2 nebo 3 žetony, nejvýše však tolik, kolik jich v zásobníku zbývá. Kdo odebere poslední žeton, prohrává.*

*Může si Mára zajistit výhru bez ohledu na to, jak bude hrát Lukáš? Pokud ano, popiš jeho postup a vysvětli, proč funguje.*

Když úlohu vyřešili, David zadal výsledek do terminálu a po celé místnosti se rozsvítila řada kontrolních světel a starý systém se pomalu probudil k životu. Na obrazovce se objevila mapa stanice, na které byla červeně označena jedna z místností hluboko v budově.

Cesta k ní vedla chodbou, která byla zablokovaná kovovou mříží. Vedle ní se nacházel další terminál, tentokrát bez klávesnice, pouze s místem pro zadání matematického výrazu. Nad displejem bylo napsáno:

„Výsledek je klíčem k souřadnici.“

**Úloha 3. (7 bodů):** *Uprav výraz na co nejjednodušší tvar:*

$$\frac{5c - 5d}{4c - 4d} \cdot \frac{12c + 12d}{20c - 20d}$$

Jakmile zadali správný výsledek, mříž se pomalu zvedla. Za ní pokračovala chodba směrem k zadní části areálu, kde se podle mapy nacházel starý testovací prostor.

Když tam dorazili, pochopili, proč jim systém zobrazil právě tuto část stanice. Uprostřed místnosti se nacházela velká obdélníková plocha, kolem které vedly prázdné kovové úchyty. Na zemi ležela cívka kabelu a vedle ní několik konektorů. Zřejmě bylo potřeba celý prostor propojit s generátorem, aby se aktivovala další část stanice.

Na stěně visela instrukce, podle které měl kabel vést kolem celého obvodu testovací plochy, ale nikde nebyl uveden jeho potřebný rozměr.

**Úloha 4. (8 bodů):** *Testovací plocha má tvar obdélníku. Její úhlopříčka je dlouhá 13 m a délka je o 7 m větší než šířka.*

*Kolem celé plochy bude natažen kabel. Kolik metrů kabelu bude potřeba?*

Po vypočítání potřebné délky kabel odměřili, připojili jej ke konektorům a aktivovali systém. Z útrob stanice se ozvalo hluboké hučení a na protější stěně se rozsvítla mapa, na které se postupně objevily další chodby a místnosti. Jedna z nich byla označena jako ARCHIV.

Dveře do archivu nebyly zamčené, ale uvnitř našli něco mnohem zajímavějšího než další technické zařízení. Na dlouhých policích byly uloženy stovky složek, z nichž většina nesla pouze číselná označení. Uprostřed jedné police však ležela otevřená složka s názvem:

EXPEDICE ECHO – POSLEDNÍ VÝPRAVA

Uvnitř byl seznam lidí, kteří se podle dokumentu zúčastnili poslední expedice do podzemní části stanice. Jména byla rozdělena do dvou skupin – na studenty a dospělé členy výpravy.

Pod seznamem byla rukou připsaná poznámka:

„Zjistěte přesný počet členů expedice. Bez správného počtu nelze otevřít archivní záznam.“

**Úloha 5. (7 bodů):** *Na výlet 8. ročníku jeli žáci a dospělý doprovod (učitelé a rodiče). Žáků bylo o 18 více než dospělých.*

*Vstupné pro dospělého stálo 150 Kč a vstupné pro žáka 80 Kč. Za vstupné pro všechny účastníky se celkem zaplatilo 2360 Kč.*

*Určete, kolik dospělých a kolik žáků se výletu zúčastnilo.*

Jakmile zadali správný počet, jedna ze zásuvek archivu se sama vysunula. Uvnitř neležely žádné dokumenty, ale jediná fotografie staré laboratoře a krátká zpráva:

„Vzorky byly přesunuty do hlavní laboratoře. Aktivace vyžaduje přesnost.“

Fotografie je zavedla do místnosti označené LABORATOŘ 01. Uprostřed místnosti stál přístroj, který vypadal jako směr staré váhy, počítače a laboratorního zařízení. Vedle něj byly připravené čtyři druhy hornin a další instrukce.

**Úloha 6. (8 bodů):** *Ve skladu jsou 4 různé druhy kamene – čedič, křemen, žula a pazourek. Všechny kameny stejného druhu mají stejnou hmotnost. Vybereme-li po jednom kameni od každého druhu, je průměrná hmotnost těchto čtyř kamenů 27 gramů. Pazourek je o 5 gramů těžší než křemen, čedič je dvakrát těžší než křemen a žula je o 8 gramů těžší než pazourek.*

*Kolik gramů bude vážit hromádka 4 pazourků, 6 křemenů, 2 kusů žuly a 10 kousků čediče?*

Když zadali poslední výsledek, přístroj několik sekund mlčel. Potom se rozsvítilo malé zelené světlo a celou laboratoří se rozeznělo hluboké hučení. Na protější stěně se aktivoval projektor a objevil se obraz muže v bílém plášti.

„Jestli tento záznam sledujete,“ začal muž, „znamená to, že jste prošli první částí systému. Stanice ECHO nebyla nikdy určena pouze k výzkumu. To, co jsme zde vytvořili, mělo sloužit k něčemu mnohem většímu. Pak se ale stalo něco, kvůli čemu jsme museli celý projekt zastavit.“

Obraz na okamžik zablikal a muž se odmlčel. „Pokud chcete zjistit, co se tehdy stalo, musíte pokračovat. Odpovědi, které hledáte, se nacházejí hluboko pod touto stanicí.“

Potom obrazovka zhasla a v tichu, které následovalo, si všichni čtyři uvědomili, že tím jejich pátrání teprve začíná.

*Řešení úloh 1. série pošlete do 7. 11. 2026 na známou adresu:*

KoKoS

kokos.kopr.gmk@gmail.com